

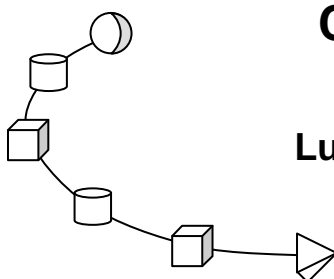
2010

« Le trop de promptitude à l'erreur nous expose. »  
Corneye

## CONCOURS INTEGRAL

### Concours scolaire solidaire

Lundi 25 janvier 2010 – Durée : 45 min



**CORRIGE CAP – 4<sup>ème</sup> – 3<sup>ème</sup> – BEP<sub>1</sub>**



**De drôles de maths !**

1€  
=  
1 ARBRE PLANTÉ !



**0 à 5 réponses correctes par question**

**BAREME**

Proposition correcte cochée : + 3 pts  
Proposition mauvaise cochée : -2 pts

Crédit : 120 pts

**EPREUVE SANS CALCULATRICE** : avec un peu d'astuce, les calculs s'effectuent toujours simplement.

**CHAQUE PARTICIPANT** recevra le Livret Scientifique Integral, ainsi qu'un abonnement découverte de 5 numéros à Mon Quotidien ou l'Actu.

**λ<sup>1</sup>**

Cette nuit, je faisais un drôle de rêve. J'étais au Concours Integral et on me posait une drôle de question. Soudain, j'ai réalisé, le concours venait réellement de commencer !

**Combien vaut le chiffre des centaines dans un triangle ?**

- A) 0      B) 1,414      C) 3      D)  $\pi$       E) Aucune des autres propositions

La notion de centaine concerne les nombres, pas les triangles !

**Donc aucune des quatre premières propositions n'est valable.**

**La réponse correcte est la réponse E.**

**λ<sup>2</sup>**

Dans une ferme brinquebalante, 3 fermiers unijambistes élèvent 5 canards à 3 pattes et 7 moutons à 5 pattes. **Combien y a-t-il de jambes et de pattes dans cette ferme ?**

- A) 15      B) 23      C) 50 ou plus      D) 53      E) 56

3 fermiers unijambistes, cela fait  $3 \times 1 = 3$  jambes.

5 canards à 3 pattes, cela fait  $5 \times 3 = 15$  pattes.

Et 7 canards à 5 pattes, cela fait  $7 \times 5 = 35$  pattes.

Au total :  $3 + 15 + 35 = 53$

**Il y a 53 jambes et pattes dans cette ferme.**

**Les réponses correctes sont les réponses C et D.**

**λ<sup>3</sup>**

Un monstrosore possède 3 000 dents identiques, bien aiguisées ! Pour le réveillon du nouvel an, il s'offre quelques humains. Après le festin, sa masse est de 1 000 kg. Un humain avarié lui transmet la grippe A. Il perd 1 000 dents. Sa masse est alors de 970 kg.

**Quelle est la masse d'une dent du monstrosore ?**

- A) 10 g      B) 20 g      C) 30 g      D) 0,2 hg      E) 0,03 kg

La masse du monstrosore a diminué de :

$$1\,000 - 970 = 30 \text{ kg}$$

soit 30 000 g (car 1 kg = 1 000 g)

Cette masse correspond aux 1 000 dents perdues.

Les dents étant identiques, la masse d'une dent (en g) est donc :

$$\frac{30\,000}{1\,000} = \frac{30}{1} = 30$$

30 g peut également s'écrire  $30 \times 0,001$  kg, soit 0,03 kg.

**La masse d'une dent de ce monstrosore vaut donc 30 g ou 0,03 kg.**

**Les réponses correctes sont les réponses C et E.**

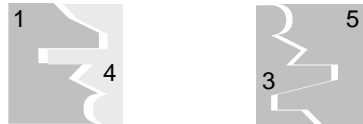
λ<sup>4</sup>

Voici les empreintes laissées par les mâchoires de ses patients sur la main du dentiste.  
Un métier à risques, dentiste...



Quelles sont les formes qui s'emboîtent ?

- A) 1 et 3      B) 2 et 4      C) 1 et 4      D) 3 et 5      E) 4 et 5



Les formes qui s'emboîtent sont les formes 1 et 4 d'une part, et 3 et 5 d'autre part.

Les réponses correctes sont les réponses C et D.

λ<sup>5</sup>

Ma petite sœur est cinglée, elle collectionne les cinglets. Qu'est-ce qu'un cinglet ? C'est un nombre entier dont aucun chiffre n'est zéro et dont la somme des chiffres est égale à 5. Par exemple, 14 et 122 sont des cinglets. 203 n'en est pas un.

Combien existe-t-il de cinglets ?

- A) 3 ou plus      B) 6 ou plus      C) 12      D) 16      E) 20

Enumérons les cinglets :

5  
14 ; 23 ; 32 ; 41  
113 ; 131 ; 311 ; 122 ; 212 ; 221  
1112 ; 1121 ; 1211 ; 2111  
11111

Il existe 16 cinglets.

Les réponses correctes sont les réponses A, B et D.

λ<sup>6</sup>

C'est un doigt d'une main qui « sèche » les cours et qui fait l'intéressant : « Moa, ge sui encadrai par trois foi plus de doigts d'un côté que de l'ôte ». Forcément, il a quelques lacunes en français, le doigt ! Ce **doigt peut-être** :

- A) un pouce      B) un index      C) un majeur      D) un annulaire      E) un auriculaire



Les doigts qui sont chacun encadrés d'un doigt d'un côté, et de trois doigts de l'autre sont l'index et l'annulaire.

Ce doigt peut être un index ou un annulaire.

Les réponses correctes sont les réponses B et D.

λ<sup>7</sup>

En 2010, on fête l'anniversaire des diviseurs « nains » de 2010, ceux qui sont strictement inférieurs à 67. Bon allez, ne fais pas ces yeux de merlans frits, voici un indice :  $2\ 010 = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 67$ . Ca va mieux, non ? **Combien 2 010 a-t-il de diviseurs « nains » ?**

- A) 2 ou plus    B) 3 ou plus    C) 4 ou plus    D) 7 ou plus    E) 8 ou plus

On a :

$$2\ 010 = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 67$$

On en déduit que 1 ; 2 ; 3 ; 5 ;  $2 \times 3 = 6$  ;  $2 \times 5 = 10$  ;  $3 \times 5 = 15$  ;  $2 \times 3 \times 5 = 30$  sont des diviseurs de 2 010 inférieurs à 67.

Donc, 8 diviseurs de 2010 conviennent.

On peut montrer qu'il n'y en a pas d'autres.

**On peut dire que le nombre de diviseurs « nains » de 2 010 est supérieur ou égal à 2, 3, 4, 7 et 8.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, B, C, D et E.**

λ<sup>8</sup>

Au moment de la Ola, la foudre tombe sur le Stade de France et 40% des 80 000 spectateurs hurlants restent coincés les bras en l'air. Dans un geste généreux, les organisateurs offrent à chacun de ces malheureux supporters un bonnet bleu-blanc-rouge à manches longues. **Combien faudra-t-il tricoter de manches pour ces bonnets ?**

- A) 32 000    B) 40 000    C) 64 000    D) 80 000    E) 80 400

40% de 80 000, cela représente :

$$\frac{40}{100} \times 80\ 000 = \frac{40 \times 8 \times 100 \times \cancel{100}}{\cancel{100}} = 320 \times 100 = 32\ 000$$

Il faudra donc tricoter 32 000 bonnets. Comme chacun comportera 2 manches, cela fera au total  $32\ 000 \times 2 = 64\ 000$  manches.

**Il faudra tricoter 64 000 manches pour ces bonnets à manches longues.**

**La réponse correcte est la réponse C.**

λ<sup>9</sup>

En descendant de Super Rotator, je cherche où vomir mon kebab. J'avance de 2 pas, je tourne sur ma gauche, à  $90^\circ$ , j'avance de 5 pas, je fais un quart de tour sur moi-même vers la droite, je recule de 2 pas, je tourne sur ma droite d'un angle droit, j'avance de 5 pas.

**Ma trajectoire est :**

- A) un parallélogramme    B) un carré    C) un losange  
D) un rectangle    E) aucune des autres propositions

Si l'on se déplace comme indiqué, on obtient une trajectoire rectangulaire de 2 pas de côté sur 5 pas.

**Ma trajectoire est un rectangle, donc également un parallélogramme.**

**Les réponses correctes sont les réponses A et D.**

**λ<sup>10</sup>**

Entre  $x$  et 10, c'est le grand amour.  $x$  dit à 10 : « Nom d'un tournebroche à pédalettes, si tu me divises par 4, je te divise par 5, comme ça nous serons à égalité. ».

**Que vaut  $x$  ?**

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 8                      E) 10

**Méthode 1**

En divisant 10 par 5, on obtient 2.

$x$  est donc le nombre qui divisé par 4 donne 2.

C'est forcément le nombre 8.

**Méthode 2**

On a  $\frac{x}{4} = \frac{10}{5}$

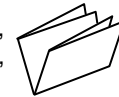
D'où  $x = \frac{10 \times 4}{5} = \frac{2 \times \cancel{5} \times 4}{\cancel{5}} = 8$

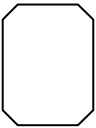
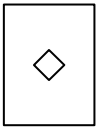
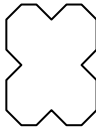
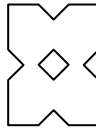
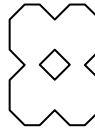
$x$  vaut 8.

**La réponse correcte est la réponse D.**

**λ<sup>11</sup>**

Jo a des tocs. Il prend une feuille rectangulaire, la plie frénétiquement en deux, puis encore en deux, comme indiqué ci-contre. Ensuite il coupe les quatre coins, déplie la feuille et crie : Maman ! **A quoi ressemble son chef d'oeuvre ?**



- A)       B)       C)       D)       E) 

Le mieux est d'essayer avec un bout de papier rectangulaire.

Autrement, mentalement, il suffit de prendre tour à tour chacune des cinq propositions et de s'imaginer plier les feuilles comme indiqué dans l'énoncé pour se convaincre que seule la cinquième proposition est valide.

**Le chef d'œuvre de Jo ressemble à la dernière proposition.**

**La réponse correcte est la réponse E.**

**λ<sup>12</sup>**

25 janvier, New York, il est 2 h 00 du matin. Rrrroonn, rrrroonn... A Paris il est déjà 8 h 00 du matin. Marie-Kamel décolle de l'aéroport Charles de Gaulle de Paris. Elle atterrit à New York au bout de 6 heures, elle amène son toutou chez le psychanalyste.

**A quelle heure doit-elle régler sa montre pour être à l'heure de New York ?**

- A) 2 h 00                      B) 6 h 00                      C) 8 h 00                      D) 10 h 00                      E) 14 h 00

D'après l'énoncé, le décalage horaire entre Paris et New-York est de 6 h.

Marie-Kamel prenant l'avion à 8 h 00 et le vol durant 6 h, elle arrive à 14 h 00, heure de Paris. A New-York, il est alors 6 h de moins, soit 8 h 00.

**Marie-Kamel doit régler sa montre 8 h 00.**



**La réponse correcte est la réponse C.**

Le fait que Marie-Kamel décolle à 8 h 00, heure de Paris, et arrive à 8 h 00, heure de New-York, s'explique par le fait que son avion tourne autour de la Terre à « la même vitesse » que la Terre tourne autour d'elle-même.

λ<sup>13</sup>

Quoi de 9 ? Et bien c'est la 9<sup>ème</sup> édition du Concours Integral. Un petit jeune encore !  
Toi aussi, tu aimes les 9 ? Tiens, je te présente un beau multiple de 9, à 9 chiffres :  
123 456 78□. Ah, oui, il manque le 9<sup>ème</sup> chiffre. **Quel peut être ce chiffre ?**

- A) 0                      B) 1                      C) 3                      D) 6                      E) 9

Rappel : un nombre est un multiple de 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9 .

Ici, la somme des huit chiffres connus vaut :

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36$$

Or, 36 est un multiple de 9 (36=9×4)

En ajoutant le dernier chiffre (compris entre 0 et 9), on ne peut obtenir de nouveau un multiple de 9 qu'en ajoutant 0 ou 9 . On obtient alors 36 ou 45 .

**Le chiffre manquant est forcément 0 ou 9 .**

**Les réponses correctes sont les réponses A et E.**

λ<sup>14</sup>

Voilà qui est étrange mais bien réel : les abeilles femelles ont un père (une abeille mâle) et une mère (une reine) tandis que les abeilles mâles ont uniquement une mère (une reine).

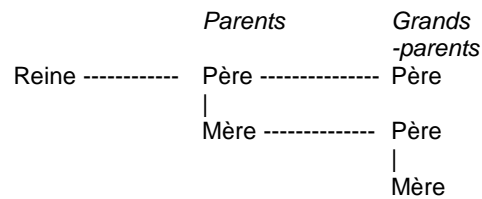
**Combien une reine a-t-elle de grands-parents ?**

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5



Une reine est une abeille femelle.

On peut s'aider d'un arbre :



**Une reine a 3 grands-parents.**

**La réponse correcte est la réponse C.**

15  
λ

Fanfaron arrive tout juste de la Lune. Il prétend que de là-haut, il voyait la Grande muraille de Chine de ses yeux, sans dispositif de grossissement. Supposons que vue de dessus, la muraille soit large de 10 m et que la distance Terre-Lune soit d'environ 300 000 km.

**Voir la muraille de la Lune, par proportionnalité, ce serait comme voir la main de Thierry Henry, de 10 cm de largeur, à une distance  $d$  telle que :**

- A)  $d = 300$  m    B)  $d = 3$  km    C)  $d = 30$  km    D)  $d = 300$  km    E)  $d = 3\,000$  km

Nous sommes dans une situation de proportionnalité.

Après avoir remarqué que 10 m, c'est  $10 \times 100 = 1\,000$  cm, on établit le tableau suivant :

	Muraille	Main
Largeur (en cm)	1 000	10
Distance de l'observateur (en km)	300 000	$d$

Par proportionnalité, on a :

$$\frac{d}{10} = \frac{300\,000}{1\,000}$$

d'où  $d = 300 \times 10 = 3\,000$

La distance  $d$  vaut 3 000 km.



**Voir la Grande muraille de Chine de la Lune, ce serait comme voir la main de Thierry Henry à une distance de 3 000 km.**

Autant dire que Fanfaron porte bien son nom. Quant à la main de Thierry Henry, vue de très loin, elle était vraiment minuscule, non ?

**La réponse correcte est la réponse E.**

16  
λ

Plouf est sur le point de se faire « caraméliser » par la Fatale Balayette. Plouf est à 10 m du centre de rotation de la balayette. Celle-ci fait un tour en  $2\pi$  s. La vitesse  $V$  d'un objet

est donnée par la formule  $V = \frac{d}{t}$  où  $d$  est la distance parcourue en un temps  $t$ .

**Quelle est la vitesse, en m/s, du « point » de la balayette qui va heurter Plouf ?**

- A) 2    B)  $\pi$     C)  $2\pi$     D) 8    E) 10

Le « point » de la balayette qui va heurter Plouf est situé à  $r = 10$  m du centre de rotation.

En  $t = 2\pi$  s, ce point parcourt une longueur  $d = 2\pi r$  (un tour complet).

Sa vitesse est donc, en m/s :

$$V = \frac{d}{t} = \frac{2\pi r}{2\pi} = r = 10$$

**La vitesse du point de la balayette qui va heurter Plouf est de 10 m/s.**

**La réponse correcte est la réponse E.**

λ<sup>17</sup>

Atort, Afo et Atoufo se sont relayés pour taper une punition de 7 pages. Atort, le mieux entraîné, a tapé 2 pages à l'heure. Afo a tapé 1 page à l'heure et Atoufo, ce fainéant, n'a tapé qu'une demi page à l'heure. Afo a tapé une heure de moins qu'Atort mais une page de plus qu'Atoufo. ***t* étant le temps pendant lequel Atort a tapé, que peut-on affirmer ?**

- A) Atort a tapé durant 2 h    B) Atoufo a tapé une demi-page    C) Atort a tapé 5 pages  
D) Afo a tapé durant 1 h 30    E) Atoufo a tapé durant 1 h 30

Soit  $t$ , en heures, le temps durant lequel Atort a tapé.

Atort a donc tapé  $2t$  pages.

Afo a travaillé durant  $t-1$  heures, il a donc tapé  $t-1$  pages.

Atoufo a alors tapé  $t-2$  pages.

On doit avoir :

$$2t + t - 1 + t - 2 = 7 \quad \text{d'où} \quad 4t = 10 \quad \text{et donc} \quad t = \frac{10}{4} = 2,5$$

Atort a tapé durant 2 h 30, donc il a tapé 5 pages.

Afo a tapé durant 1 h 30, donc a tapé 1,5 pages.

Atoufo a tapé 0,5 page, donc durant 1 heure.

**On voit ainsi que Atoufo a tapé une demi-page, Atort a tapé 5 pages, Afo a tapé durant 1 h 30 et que les autres affirmations sont fausses.**

**Les réponses correctes sont les réponses B, C et D.**

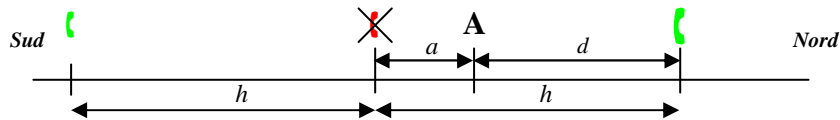
18

Un bolide tombe en panne sur l'autoroute en un lieu A. En sortent une nouille et un phacochère, qui se dirigent à pied vers le Sud. Pas de chance, ils tombent sur le seul téléphone hors service de l'autoroute ! La nouille continue alors vers le Sud jusqu'au prochain téléphone, puis revient en A. Le phacochère, lui, va vers le Nord jusqu'au prochain téléphone, puis revient en A. En tout, la nouille a parcouru 1 000 m et le phacochère 800 m.

**Que peut-on dire de la distance  $d$  qui sépare A du téléphone utilisable le plus proche, sachant que les téléphones sont espacés d'une même distance  $h$  ?**

- A)  $d \leq h$       B)  $d = 50$  dam      C)  $d = 300$  m      D)  $d \leq 400$  m      E)  $d = 500$  m

Un petit schéma est bien utile.



Un simple schéma permet de se convaincre que le téléphone utilisable le plus proche de A est celui situé au Nord de A.  $d$  est donc la distance entre A et ce téléphone.

On constate visuellement que  $d \leq h$ .

Soit  $a$  la distance en mètres entre A et le téléphone hors service au Sud.

On a :  $d = h - a$  (1)

Il nous faut trouver  $h$  et  $a$ .



Exploitions l'énoncé.

Depuis A, le phacochère a parcouru, en mètres :

$$a + a + d + d = 800$$

d'où  $\frac{a+d+a+d}{2} = 800$

d'où  $h + h = 800$  car  $a + d = h$

d'où  $2 \times h = 800$

d'où  $h = 400$

Et donc :  $d \leq 400$  (car  $d \leq h$ )

De son côté, la nouille a parcouru, en mètres :

$$a + h + h + a = 1\,000$$

d'où  $a + a + 400 + 400 = 1\,000$

d'où  $2 \times a = 1\,000 - 400 - 400$

d'où  $2 \times a = 200$

et donc  $a = 100$

En reprenant l'égalité (1), on a :

$$d = h - a = 400 - 100 = 300$$

**La distance qui sépare A du téléphone utilisable le plus proche est de 300 m.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, C et D.**

19  
λ

La forêt Scolidaire, plantée grâce à la participation des candidats du Concours Integral, contiendra environ 60 000 arbres. On souhaite numéroter ces arbres à l'aide d'une suite de chiffres et de lettres. Chaque □ contient un chiffre et chaque ○ une lettre de l'alphabet.

**Parmi les systèmes de codage ci-dessous, quels sont ceux qui permettraient d'attribuer un numéro différent à chacun de ces arbres ?**

- A) □□□      B) ○□□□□      C) ○○      D) □□○○      E) ○○○□

**Code '□□□' :**

On a 10 choix pour le premier chiffre (de 0 à 9).

Ce chiffre étant choisi, on a encore 10 choix pour le second, ce qui fait  $10 \times 10$  possibilités pour la suite des deux premiers chiffres.

Puis, on a encore 10 choix possibles pour le troisième chiffre et finalement,  $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$  choix pour la suite des trois premiers chiffres (il s'agit des « nombres » compris entre 000 et 999, il y en a bien 1 000).

Ce système ne permettrait de numéroter que 1 000 arbres au maximum.



**Code '○□□□□' :**

On utilise un raisonnement analogue, la seule différence étant que le premier élément du code est une lettre pour laquelle on a 26 choix possibles (entre 'A' et 'Z').

Le nombre de choix possibles est :  $26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 260\,000 > 60\,000$

Ce système convient.

**Code '○○' :**

Le nombre de choix possibles est :  $26 \times 26 < 100 \times 100 < 60\,000$

Ce système ne convient pas.

**Code '□□○○' :**

Le nombre de choix possibles est :  $10 \times 10 \times 26 \times 26 > 100 \times 25 \times 25$

D'où  $10 \times 10 \times 26 \times 26 > 62\,500 > 60\,000$

Ce système convient.

**Code '○○○○' :**

Avec ce code, on remplace dans le code précédent un chiffre par une lettre. Donc ce système convient car il permet de coder davantage d'arbres que le système précédent, qui convenait déjà.

**Les systèmes qui permettraient d'attribuer un numéro différent à chacun de ces arbres sont : '○□□□□', '□□○○' et '○○○○'**

**Les réponses correctes sont les réponses B, D et E.**

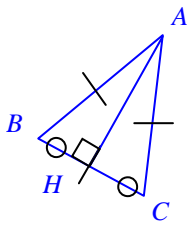
20  
λ

Dans un triangle  $ABC$  isocèle en  $A$ ,  $H$  est le milieu de  $[BC]$ . Ca ne sent pas le bon roman d'aventure, ça ? De l'action, du suspense, de la passion. Attends la suite. On précise que  $AH + BC = 21$  et que  $AB + AH + AC = 31$ . Que du bonheur !

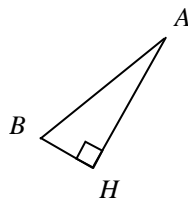
**Que peut-on dire de  $p$ , le périmètre du triangle  $ABH$  ?**

- A)  $p > 21$       B)  $p = 25$       C)  $p = 26$       D)  $p = 27$       E)  $p < 31$

Voici quelques schémas permettant d'y voir plus clair :

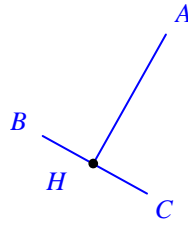


(fig. 1)



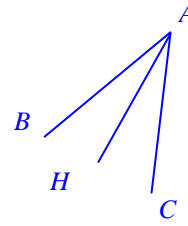
(fig. 2)

$$p = BH + AH + AB$$



(fig. 3)

$$AH + BC = 21$$



(fig. 4)

$$AB + AH + AC = 31$$

On cherche le périmètre  $p$  du triangle  $ABH$  :  $p = BH + AH + AB$

Puisque  $ABC$  est isocèle en  $A$ , on a  $AB = AC$  et sa médiane  $[AH]$  en  $A$  est aussi sa hauteur en  $A$ .

Par conséquent,  $ABH$  est un triangle rectangle en  $H$  et la longueur de son côté  $[BH]$  est inférieure à la longueur de son hypoténuse  $[AB]$ .

On a donc :

$$BH < AB$$

d'où  $BH + AH + BH < BH + AH + AB$  (et pourquoi pas ?)

d'où  $AH + 2BH < p$  (car  $H$  est le milieu de  $[BC]$ )

d'où  $AH + BC < p$

d'où  $21 < p$

On a également :

$$BH < AB$$

d'où  $BH + AH + AC < AB + AH + AC$

d'où  $BH + AH + AC < 31$

d'où  $BH + AH + AB < 31$  (car  $AB = AC$ )

d'où  $p < 31$

Mais combien mesure vraiment ce périmètre  $p$  ?

On remarque que si on ajoute les longueurs de tous les segments apparaissant sur les figures 3 et 4, on obtient le double du périmètre de  $ABH$  (toutes les longueurs des segments sont en double).

Par le calcul, cela donne :

$$\underline{AH + BC} + \underline{AB + AH + AC} = 21 + 31$$

d'où  $BC + (AH + AH) + AB + AC = 52$

d'où  $2BH + 2AH + AB + AB = 52$

d'où  $2BH + 2AH + 2AB = 2 \times 26$

d'où  $2(AH + BH + AB) = 2 \times 26$

d'où  $AH + BH + AB = 26$

d'où  $p = 26$

**Le périmètre  $p$  du triangle  $ABC$  est compris strictement entre 21 et 31. Sa valeur exacte est 26 (l'unité de longueur n'est pas donnée).**

**Les réponses correctes sont les réponses A, C et E.**