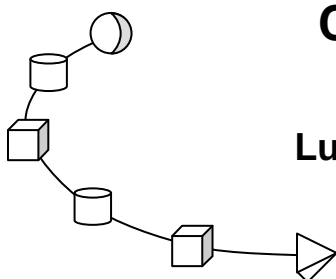


## 2010

« Le trop de promptitude à l'erreur nous expose. »  
Corneye

### CONCOURS INTEGRAL Concours scolaire solidaire

Lundi 25 janvier 2010 – Durée : 45 min



## CORRIGE 6<sup>ème</sup> – 5<sup>ème</sup>



### De drôles de maths !

1€  
=  
1 ARBRE PLANTÉ !



**0 à 5 réponses correctes par question**

#### BAREME

Proposition correcte cochée : + 3 pts  
Proposition mauvaise cochée : -2 pts

Crédit : 120 pts

**EPREUVE SANS CALCULATRICE** : avec un peu d'astuce, les calculs s'effectuent toujours simplement.

**CHAQUE PARTICIPANT** recevra le Livret Scientifique Integral, ainsi qu'un abonnement découverte de 5 numéros à Mon Quotidien ou l'Actu.

$\lambda^1$ 

Cette nuit, je faisais un drôle de rêve. J'étais au Concours Integral et on me posait une drôle de question. Soudain, j'ai réalisé, le concours venait réellement de commencer !

**Combien un triangle a-t-il de diviseurs ?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D)  $\pi$       E) Aucune des autres propositions

La notion de diviseurs concerne les nombres, pas les triangles !

**Donc aucune des quatre premières propositions n'est valable.**

**La réponse correcte est la réponse E.**

 $\lambda^2$ 

Dans une ferme brinquebalante, 2 fermiers et 1 fermière élèvent 5 canards à 3 pattes.

**Combien y a-t-il de jambes et de pattes dans cette ferme ?**

- A) 11      B) 15 ou plus      C) 17      D) 19      E) 21

2 fermiers et 1 fermière, cela fait  $3 \times 2 = 6$  jambes.

5 canards à 3 pattes, cela fait  $5 \times 3 = 15$  pattes.

Au total :  $6 + 15 = 21$

**Il y a 21 jambes et pattes dans cette ferme.**

**Les réponses correctes sont les réponses B et E.**

 $\lambda^3$ 

Chef, euh, Monsieur le Président, euh, votre Altesse, si je puis me permettre, ce que l'on peut dire à ce stade de l'enquête, c'est que le suspect a une forme carrée et que son périmètre mesure 20 cm. Ecoute petit, je te conseille de me trouver rapidement la longueur de son côté sinon, je te fais muter au département des motocrottes.

**Combien mesure le côté du suspect ?**

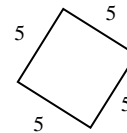
- A) 2 cm      B) 4 cm      C) 5 cm      D) 10 cm      E) 20 cm

On sait qu'un carré a ses 4 côtés de même longueur et que son périmètre (la longueur de son tour) mesure 4 fois cette longueur. Donc, la longueur de chacun des côtés d'un carré vaut le quart de son périmètre.

Or :  $20 \div 4 = 5$

**Le côté du suspect vaut donc 5 cm.**

**La réponse correcte est la réponse C.**

 $\lambda^4$ 

Un mutant est né avec une seule oreille ayant la forme d'un triangle équilatéral. Tu vois la drôle de tête... Le chirurgien découpe cette oreille le long d'une de ses médiatrices et greffe l'une des deux parties ainsi obtenues de l'autre côté de la tête.

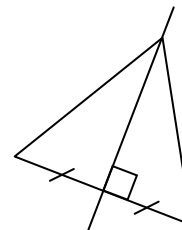
**Les deux nouvelles oreilles du mutant ont désormais la forme d'un triangle :**

- A) équilatéral      B) isocèle      C) rectangle      D) parallèle      E) circulaire



Dans un triangle équilatéral (trois côtés de même longueur), les médiatrices sont aussi les hauteurs, les médianes et les bissectrices.

En découpant le triangle selon un des ses médiatrices, on fait apparaître deux nouveaux triangles dont les côtés ont des longueurs toutes différentes, mais dont un angle est droit.



**Les deux nouvelles oreilles du mutant ont donc la forme d'un triangle rectangle, ni isocèle, ni équilatéral.**

**La réponse correcte est la réponse C.**

λ<sup>5</sup>

Aujourd'hui, j'ai la gnac ! Tiens, si je me faisais une petite folie. J'enlève à un nombre non nul sa moitié. **Qu'est-ce que j'obtiens ?**

- A) 0                      B) 2                      C)  $\frac{1}{2}$                       D) sa moitié                      E) son double

Un nombre contient deux fois sa moitié. Donc, si on lui enlève une moitié, on obtient sa deuxième moitié.

**J'obtiens donc sa moitié.**

**La réponse correcte est la réponse D.**

λ<sup>6</sup>

Ma petite sœur est cinglée, elle collectionne les cinglets. Qu'est-ce qu'un cinglet ? C'est un nombre dont aucun chiffre n'est nul et dont la somme des chiffres est égale à 5. Par exemple, 14 et 122 sont des cinglets.

**Parmi les nombres suivants, quels sont les cinglets ?**

- A) 32                      B) 113                      C) 401                      D) 1112                      E) 11111

401 n'est pas un cinglet car l'un de ses chiffres est un 0 .

Tous les autres nombres proposés sont des cinglets car ils ne comportent pas de 0 et la somme de leur chiffres est égale à 5.

On a :

- Pour 32 :                       $3+2=5$   
 Pour 113 :                       $1+1+3=5$   
 Pour 1112 :                       $1+1+1+2=5$   
 Pour 11111 :                       $1+1+1+1+1=5$

Voici la liste de tous les cinglets :

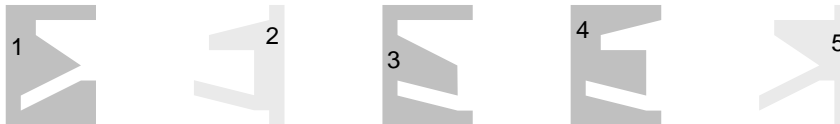
5  
 14 ; 23 ; 32 ; 41  
 113 ; 131 ; 311 ; 122 ; 212 ; 221  
 1112 ; 1121 ; 1211 ; 2111  
 11111

**Les cinglets sont 32, 113, 1112 et 11111.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, B, D et E.**

λ<sup>7</sup>

Voici les empreintes laissées par les mâchoires de ses patients sur la main du dentiste. Un métier à risques, dentiste...



**Quelles sont les formes qui s'emboîtent ?**

- A) 1 et 3                      B) 1 et 5                      C) 2 et 3                      D) 2 et 4                      E) 2 et 5



**Les formes qui s'emboîtent sont les formes 1 et 5 d'une part, et 2 et 4 d'autre part.**

**Les réponses correctes sont les réponses B et D.**

λ<sup>8</sup>

Kéké et Coco roulent plus vite que Nono mais moins vite que Kiki et Lili.

**Qui roule le moins vite ?**

- A) Coco      B) Kéké      C) Kiki      D) Lili      E) Nono

Du moins rapide au plus rapide, on a :  
Nono, Kéké et Coco, Kiki et Lili

**C'est donc Nono qui roule le moins vite.**

**La réponse correcte est la réponse E.**

λ<sup>9</sup>

Un requin possède 3 000 dents identiques, bien aiguisées ! Pour Noël, il s'offre quelques huîtres. Après le festin, sa masse est de 1 000 kg. Une huître pas très fraîche lui fait perdre 1 000 dents. Sa masse est alors de 970 kg.

**Quelle est la masse d'une dent de ce requin ?**

- A) 10 g      B) 20 g      C) 30 g      D) 0,2 hg      E) 0,03 kg

La masse du requin a diminué de :

$$1\,000 - 970 = 30 \text{ kg}$$

soit 30 000 g (car 1 kg = 1 000 g)

Cette masse correspond aux 1 000 dents perdues.

Les dents étant identiques, la masse d'une dent (en g) est donc :

$$\frac{30\,000}{1\,000} = \frac{30}{1} = 30$$

30 g peut également s'écrire  $30 \times 0,001$  kg, soit 0,03 kg.



**La masse d'une dent de ce requin vaut donc 30 g ou 0,03 kg.**

**Les réponses correctes sont les réponses C et E.**

λ<sup>10</sup>

Crabie le crabe est amoureux d'Hippo l'hippopotame. Par un miracle de la nature, ils ont donné naissance à des hippocrabes, un genre d'hippopotame à grosses pinces ! Crabie et Hippo ont désormais en tout 3 petits hippocrabes femelles dont chacune a 2 frères.

**Combien ont-ils de petits ?**

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 9

Si chaque hippocrabe femelle a 2 frères, c'est que la famille comporte 2 fils.  
Ajoutés aux 3 femelles, cela fait 5 petits.

**Crabie et Hippo ont donc 5 petits hippocrabes.**

**La réponse correcte est la réponse C.**

λ<sup>11</sup>

En descendant de Super Rotator, je cherche où vomir ma barbe à papa. J'avance de 5 pas et effectue un quart de tour à gauche. Je recommence la même opération, trois fois de suite. **Ma trajectoire est :**

- A) un segment      B) un cercle      C) un cube      D) un carré      E) un rectangle

Si l'on se déplace comme indiqué, on obtient comme trajectoire un carré de 5 pas de côté.

**Ma trajectoire est un carré, donc aussi un rectangle, un rectangle particulier.**

**Les réponses correctes sont les réponses D et E.**

12

Au moment de la Ola, la foudre tombe sur le Stade de France et 70% des 80 000 spectateurs hurlants restent coincés les bras en l'air. Dans un geste généreux, les organisateurs offrent à chacun de ces malheureux supporters un bonnet bleu-blanc-rouge à manches longues.

**Que peut-on dire de  $n$ , le nombre de bonnets à manches longues qu'il faut tricoter ?**

- A)  $n > 40\ 000$     B)  $n = 54\ 000$     C)  $n = 56\ 000$     D)  $n = 63\ 000$     E)  $n < 80\ 000$

70% de 80 000, c'est plus que 50% de 80 000, c'est-à-dire plus de la moitié de 80 000, donc plus de 40 000 :  $n > 40\ 000$

C'est aussi moins que 100% de 80 000, donc moins de 80 000 :  $n < 80\ 000$

Calculons la valeur exacte de  $n$ . Pour obtenir 70% de 80 000, on multiplie 80 000 par 70, puis on divise par 100 :

$$70 \times 80\ 000 = 5\ 600\ 000$$

puis  $n = 5\ 600\ 000 \div 100 = 56\ 000$

ou encore :

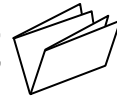
$$n = \frac{70}{100} \times 80\ 000 = \frac{70 \times 8 \times 100 \times \cancel{100}}{\cancel{100}} = 560 \times 100 = 56\ 000$$

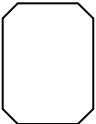
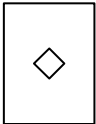
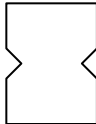
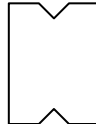
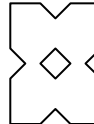
**Il faudra donc tricoter 56 000 bonnets à manches longues.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, C et E.**

13

Jo a des tocs. Il prend une feuille rectangulaire, la plie frénétiquement en deux, puis encore en deux, comme ci-contre. Ensuite il coupe un des quatre coins, déplie la feuille et crie : Maman ! **A quoi peut ressembler son chef d'œuvre ?**



- A)  B)  C)  D)  E) 

Le mieux est d'essayer avec des feuilles de papier rectangulaires.

Autrement, mentalement, il suffit de prendre tour à tour chacune des cinq propositions et de s'imaginer plier les feuilles comme indiqué dans l'énoncé pour se convaincre que seules les quatre premières propositions sont possibles.

**Le chef d'œuvre de Jo peut ressembler aux quatre premières propositions.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, B, C et D.**

14

Quoi de 9 ? Et bien c'est la 9<sup>ème</sup> édition du Concours Integral. Un petit jeune encore ! Toi aussi, tu aimes les 9 ? Tiens, je te présente un beau multiple de 9 : 45 $\square$ . Ah, oui, il manque le dernier chiffre. **Quel peut être ce chiffre ?**

- A) 0    B) 1    C) 3    D) 6    E) 9

Rappel : un nombre est un multiple de 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Ici, la somme des deux chiffres connus vaut :

$$4 + 5 = 9$$

En ajoutant le dernier chiffre (compris entre 0 et 9), on ne peut obtenir un multiple de 9 qu'en ajoutant 0 ou 9. On obtient alors 9 ou 18.

**Le chiffre manquant est forcément 0 ou 9.**

**Les réponses correctes sont les réponses A et E.**

15

C'est un doigt d'une main qui « sèche » les cours à l'école et qui fait l'intéressant : « Moa, j'es un voisin ki et encadrerai par trois fois plus de doigts d'un côté que de l'autre ». Forcément, il a quelques lacunes en français, le doigt ! **Ce doigt peut-être :**

- A) un pouce      B) un index      C) un majeur      D) un annulaire      E) un auriculaire



Les doigts qui sont chacun encadrés d'un doigt d'un côté, et de trois doigts de l'autre sont l'index et l'annulaire.

Leurs voisins sont le pouce, le majeur et l'auriculaire



**Ce doigt peut être un pouce, un majeur ou un auriculaire.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, C et E.**

16

Entre Numéros et 12,5, c'est le grand amour. Numéros dit à 12,5 : « Nom d'un tournebroche à pédalettes, si tu me divises par 7, je te divise par 5, comme ça nous serons à égalité. ». **Combien vaut Numéros ?**

- A) 5,7      B) 7,5      C) 15,5      D) 17,5      E) 19,7

#### Méthode 1

En divisant 12,5 par 5, on obtient 2,5.

Numéros est donc le nombre qui divisé par 7 donne 2,5.

C'est donc le nombre  $7 \times 2,5 = 17,5$ .

**Numéros vaut 17,5.**

**La réponse correcte est la réponse D.**

17

Lorsqu'il est 12 h 00 à New York, il est déjà 18 h 00 à Paris. Marie-Kamel prend son avion supersonique à l'aéroport Charles de Gaulle de Paris lundi 25 janvier à 1 h 00 du matin. Elle atterrit à New York 3 heures plus tard. Elle vient suivre une formation sur les économies d'énergie... **Lorsqu'elle atterrit, elle constate qu'à New York :**

- A) c'est le matin      B) c'est le soir      C) c'est dimanche  
D) c'est lundi      E) il est 4 h 00 du matin



D'après l'énoncé, le décalage horaire entre Paris et New-York est de 6 h. Marie-Kamel décolle lundi à 1 h 00 et le vol durant 3 h, elle arrive lundi à 4 h 00, heure de Paris. A New-York, il est 6 h de moins. Nous sommes donc dimanche, 22 h 00.

**Marie-Kamel atterrit à New York un dimanche soir, à 22 h 00.**

**Les réponses correctes sont les réponses B et C.**

Que Marie-Kamel décolle dimanche à 1 h 00, heure de Paris, et arrive samedi (la veille !) à 22 h 00, heure de New-York, s'explique par le fait que son avion tourne autour de la Terre plus vite que la Terre tourne autour d'elle-même. En quelque sorte, l'avion « rattrape le jour précédent ».

18

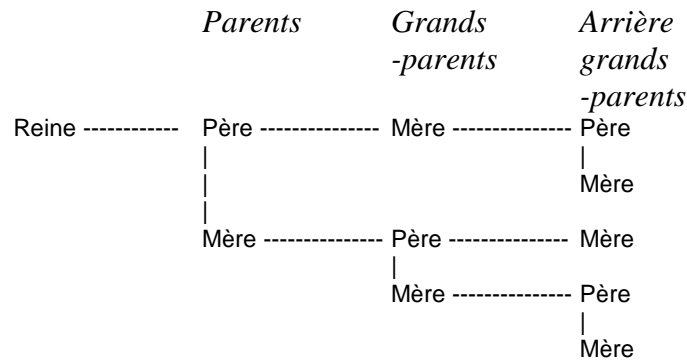
Voilà qui est étrange mais bien réel : les abeilles femelles ont un père (une abeille mâle) et une mère (une reine) tandis que les abeilles mâles ont uniquement une mère (une reine).

**Combien une reine a-t-elle d'arrière grands-parents ?**

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 7                      E) 8



Une reine est une abeille femelle.  
On peut s'aider d'un arbre :



**Une reine a 5 arrière grands-parents.**

**La réponse correcte est la réponse B.**

A noter qu'un être humain a 2 parents, 4 grands-parents et 8 arrière grands-parents.

19

Tripo 3, c'est la planète des Triplex, des êtres bien étranges. Un Triplex ne meurt jamais. Quand il se reproduit, il ne peut donner naissance qu'à des triplés. Après, il n'a plus d'enfants, il exerce son activité favorite, jouer au tiercé, bien sûr. Aujourd'hui, Tripo 3 compte en tout 64 Triplex.

**Pourra-t-il y avoir un jour sur Tripo 3 un nombre de Triplex égal à :**

- A) 91                      B) 159                      C) 1002                      D) 34 543                      E) 111111111111

Au départ, les Triplex sont 64. Comme ils ne meurent jamais, et qu'ils naissent par 3, leur nombre est nécessairement 64 augmenté d'un multiple de 3.

On rappelle qu'un entier est un multiple de 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

On enlève donc 64 à chaque proposition et on regarde si on obtient un multiple de 3.

On a :

$91 - 64 = 27$  et 27 est un multiple de 3 ( $27 = 3 \times 9$ ) ;

$159 - 64 = 95$  et 95 n'est pas un multiple de 3 car  $9 + 5 = 14$  n'est pas un multiple de 3 ;

$1002 - 64 = 938$  et 938 n'est pas un multiple de 3 car  $9 + 3 + 8 = 20$  n'est pas un multiple de 3 ;

$34\,543 - 64 = 34\,479$  et 34 479 est un multiple de 3 puisque  $3 + 4 + 4 + 7 + 9 = 27$  est un multiple de 3 ;

$111111111111 - 64 = 1111111111047$  et 1111111111047 est un multiple de 3 puisque  $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 4 + 7 = 21$  est un multiple de 3.

**Il est donc possible que la population des Triplex s'élève un jour à 91, 34 543 ou 1 111 111 111 111 individus. Les autres propositions sont impossibles.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, D et E.**

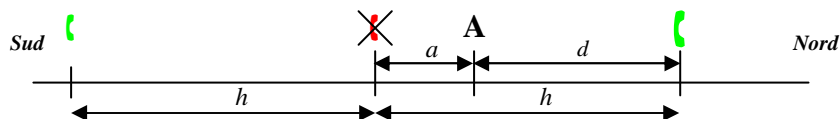
20

Un bolide tombe en panne sur l'autoroute en un lieu A. En sortent une nouille et un phacochère, qui se dirigent à pied vers le Sud. Pas de chance, ils tombent sur le seul téléphone hors service de l'autoroute ! La nouille continue alors vers le Sud jusqu'au prochain téléphone, puis revient en A. Le phacochère, lui, va vers le Nord jusqu'au prochain téléphone, puis revient en A. En tout, la nouille a parcouru 1 000 m et le phacochère 800 m.

**Que peut-on dire de la distance  $d$  qui sépare A du téléphone utilisable le plus proche, sachant que les téléphones sont espacés d'une même distance  $h$  ?**

- A)  $d \leq h$       B)  $d = 50$  dam      C)  $d = 300$  m      D)  $d \leq 400$  m      E)  $d = 500$  m

Un petit schéma est bien utile.



Un simple schéma permet de se convaincre que le téléphone utilisable le plus proche de A est celui situé au Nord de A.  $d$  est donc la distance entre A et ce téléphone.

On constate visuellement que  $d \leq h$ .

Soit  $a$  la distance en mètres entre A et le téléphone hors service au Sud.

On a :  $d = h - a$  (1)

Il nous faut trouver  $h$  et  $a$ .



Exploitions l'énoncé.

Depuis A, le phacochère a parcouru, en mètres :

$$a + a + d + d = 800$$

d'où  $a + d + a + d = 800$

d'où  $h + h = 800$  car  $a + d = h$

d'où  $2 \times h = 800$

d'où  $h = 400$

Et donc :  $d \leq 400$  (car  $d \leq h$ )

De son côté, la nouille a parcouru, en mètres :

$$a + h + h + a = 1\,000$$

d'où  $a + a + 400 + 400 = 1\,000$

d'où  $2 \times a = 1\,000 - 400 - 400$

d'où  $2 \times a = 200$

et donc  $a = 100$

En reprenant l'égalité (1), on a :

$$d = h - a = 400 - 100 = 300$$

**La distance qui sépare A du téléphone utilisable le plus proche est de 300 m.**

**Les réponses correctes sont les réponses A, C et D.**