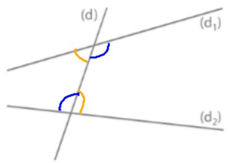
ACTIVITE

Partie 1 : Des couples d'angles

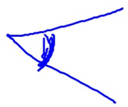
Sur la figure ci-contre : marquer d'une même couleur deux angles qui n'ont pas le même sommet et situés :

- A l'intérieur des droites (d_1) et (d_2)
- De part et d'autre de la droite (d)

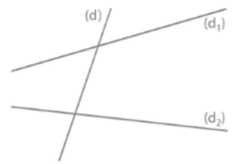
Ce couple d'angles est appelé ***angles alternes - internes***



On a 2 paires d'angles alternes - internes.



- les 2 bleus ensemble
- les 2 oranges ensemble



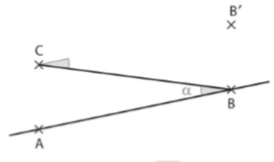
Partie 2 : Conjecture grâce à Geogebra

Cas 1 : Deux droites parallèles

1. A l'aide de Geogebra, tracer deux droites parallèles et une sécante à ces deux droites
2. Avec l'outil « angle » , mesurer deux angles alternes – internes. Que remarque-t-on ?
3. Déplacer ces deux droites et proposer une conjecture. Dans la construction lorsque les deux droites sont parallèles les angles alternes-internes sont égaux.

Cas 2 : Angles alternes internes égaux

1. A l'aide de Geogebra, tracer une droite (AB), puis un point C n'appartenant pas à cette droite
2. Tracer la droite (CB)
3. Avec l'outil « angle », mesurer l'angle $\widehat{CBA}$
   Cette mesure est notée α (alpha) par le logiciel. Elle s'affiche sur la figure et dans la fenêtre « algèbre » à gauche de l'écran
4. Avec l'outil « angle de mesure donnée » , tracer l'angle $\widehat{BCB'}$ de mesure α (cliquer sur)
   de telle sorte qu'il soit alterne – interne avec l'angle $\widehat{CBA}$
5. Tracer la droite (CB')
6. Vérifier la position des droites (AB) et (CB') à l'aide de l'outil « relation entre deux objets »
7. Déplacer les points. Quelle propriété peut-on conjecturer ?



Angles

I. Vocabulaire

1) Définitions et premières propriétés

Définition : Un *angle* est une portion du plan ***délimitée par deux demi-droites de même origine.***

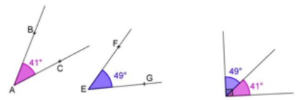
Propriétés caractéristiques :

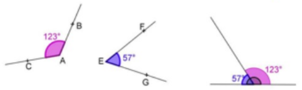
• Un ***angle plat*** mesure 180°	• Un ***angle droit*** mesure 90°

2) Angles complémentaires et supplémentaires

Définitions :

Deux ***angles*** sont ***complémentaires*** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90°	Deux ***angles*** sont ***supplémentaires*** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180°



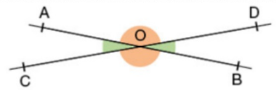


$41° + 49° = 90°$ $\qquad$ $123° + 57° = 180°$

3) Angles opposés

Définition : Deux ***angles opposés*** par le sommet ont le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Propriété (admise) : Si deux ***angles*** sont ***opposés*** par le sommet, alors ils ont même mesure.

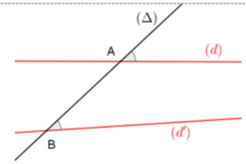


4) Angles correspondants

Définition : Soient deux droites d et d' et une sécante Δ qui coupe d et d' en A et B. delta

Deux ***angles*** sont ***correspondants*** lorsque :

- ils ont pour sommet A et B
- ils sont situés du même côté de Δ
- l'un est situé entre d et d', l'autre non



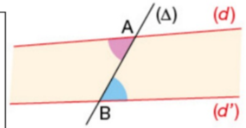
=>

5) Angles alternes – internes

Définition : Soient deux droites d et d' et une sécante Δ qui coupe d et d' en A et B.

Deux ***angles*** sont ***alternes – internes*** lorsque :

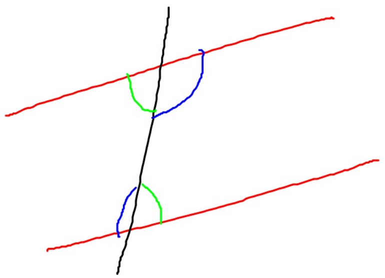
- Ils ont pour sommet A et B
- Ils sont entre d et d'
- Ils sont situés de part et d'autre de Δ



II. Parallélisme et angles alternes-internes.

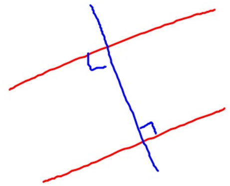
1. Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont même mesure.



Cas particulier :

Si deux droites sont parallèles et si une droite est perpendiculaire à l'une d'elle, alors elle est également perpendiculaire à l'autre.

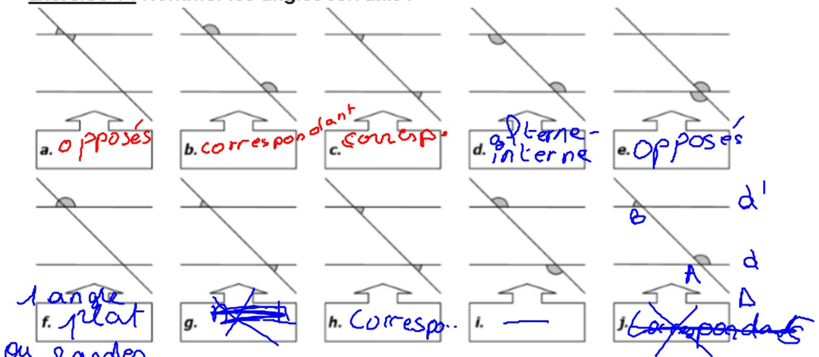


2. Propriété réciproque.

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure alors ces droites sont parallèles.

Cas particulier : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

Exercice 1 : Nommer les angles suivants :



ou 2 angles supplémentaires

+ ex. 2.

Exercice 2 : **Compléter les phrases suivantes :**

a. Les angles $\widehat{xAz}$ et $\widehat{x'Az'}$ sont opposés par le sommet.

b. Les angles $\widehat{yBz}$ et $\widehat{z'By'}$ sont opposés par le sommet.

c. Les angles $\widehat{xAz}$ et .... sont alternes-internes. $\widehat{z'By'}$

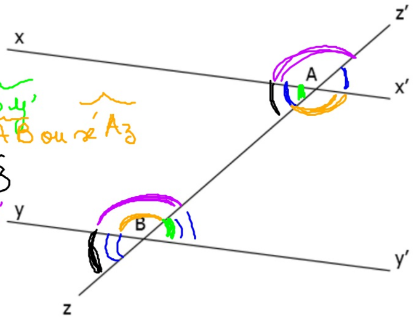
d. Les angles $\widehat{yBA}$ et .... sont alternes-internes. $\widehat{x'AB}$ ou $\widehat{x'Az}$

e. Les angles $\widehat{xAz}$ et .... sont correspondants. $\widehat{yBz}$

f. Les angles $\widehat{yBA}$ et .... sont correspondants. $\widehat{xAz'}$

g. ~~Les angles $\widehat{yBz}$ et .... sont alternes-externes.~~

h. ~~Les angles $\widehat{x'Az'}$ et .... sont alternes-externes.~~



ACTIVITE

Partie 3 : Démonstration : symétrie centrale et angles égaux

On souhaite démontrer deux propriétés :

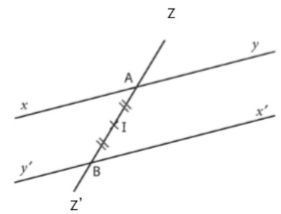
- La propriété d'égalité des angles opposés
- la propriété conjecturée dans le cas 1.

Ces démonstrations utilisent les propriétés de la symétrie centrale.

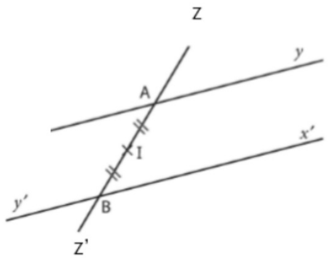
Sur la figure ci-contre :

- les droites (xy) et $(x'y')$ sont parallèles
- les points A et B sont les points d'intersection respectifs de (xy) et $(x'y')$ avec la sécante (zz'
- I est le milieu de [AB]

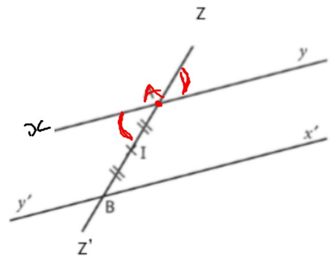
1. Utiliser une propriété de la symétrie de centre A pour démontrer la propriété d'égalité des angles opposés
2. Utiliser une propriété de la symétrie de centre I pour démontrer la propriété conjecturée dans le cas 1



1. Propriété des angles opposés par le s
Deux angles opposés par le somr
même mesu



1. Propriété des angles opposés par le s
Deux angles opposés par le somr
même mesu



Démontrons que $\widehat{zAy} = \widehat{xAz'}$:

Le symétrique de A par la symétrie de centre A est A

La droite (xy) passe par le point A

L'image de la droite (xy) par la symétrie de centre A est une droite passant par A et qui lui est parallèle : c'est (xy)

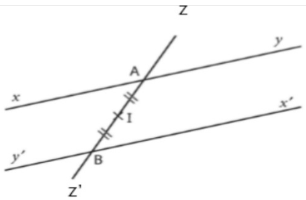
La droite (zz') passe par le point A

L'image de la droite (zz') par la symétrie de centre A est une droite passant par A et qui lui est parallèle : c'est (zz')

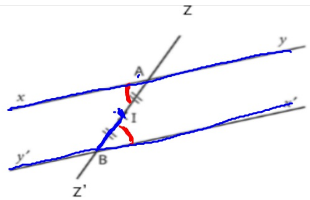
Or la symétrie centrale conserve les mesures d'angles

On a donc $\widehat{zAy} = \widehat{xAz'}$

2. Propriété des angles alternes -
Si deux droites parallèles sont coupées pa
sécantes alors les angles alternes - inte
ont même me



2. Propriété des angles alternes -
Si deux droites parallèles sont coupées pa
sécantes alors les angles alternes - inte
ont même me



Démontrons que $\widehat{IAx} = \widehat{IBx'}$:

Le point I est le milieu du segment [AB], c'est donc le centre de symétrie de la droite (AB)

Le symétrique du point A par la symétrie de centre I est le point B.

La droite (xy) passe par le point A

L'image de la droite (xy) par la symétrie de centre I est une droite passant par B. et qui lui est parallèle... : c'est donc la droite (x'y')

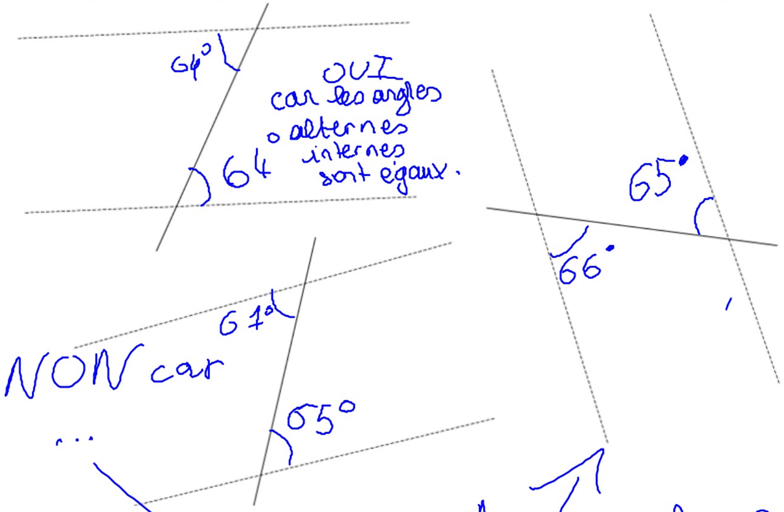
La droite $(x'y')$ passe par le point B

L'image de la droite $(x'y')$ par la symétrie de centre I est une droite passant par A et qui lui est parallèle...... : c'est donc la droite (xy)

~~L'image de la droite (AB) par la symétrie de centre I est une droite ...~~

La symétrie centrale conserve les angles : par conséquent $\widehat{IAx} = \widehat{IBx'}$

Exercice 3 : **Dans chaque cas, les droites en pointillés sont-elles parallèles ?**



OUI car les angles alternes internes sont égaux.

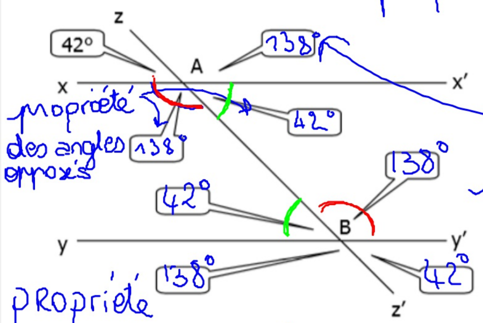
NON car ...

NON car les angles alterne internes ne sont pas égaux.

Exercice 4 :

En n'utilisant que les données de chaque figure, retrouver la valeur de tous les angles :

(xx') // (yy')



propriété des angles supplémentaires.

$$180 - 42 = 138$$

propriété des angles opposés

propriété des angles alternes-internes :

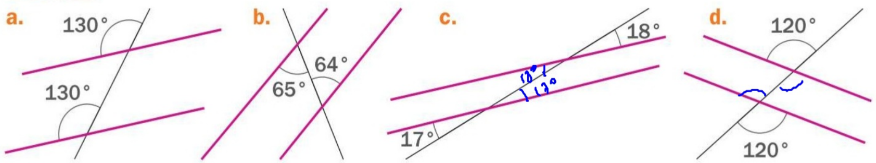
On a (xx') // (yy') alors $\widehat{xAB} = \widehat{ABy'}$

$\widehat{x'AB} = \widehat{ABy}$

propriété des angles opposés par le sommet :

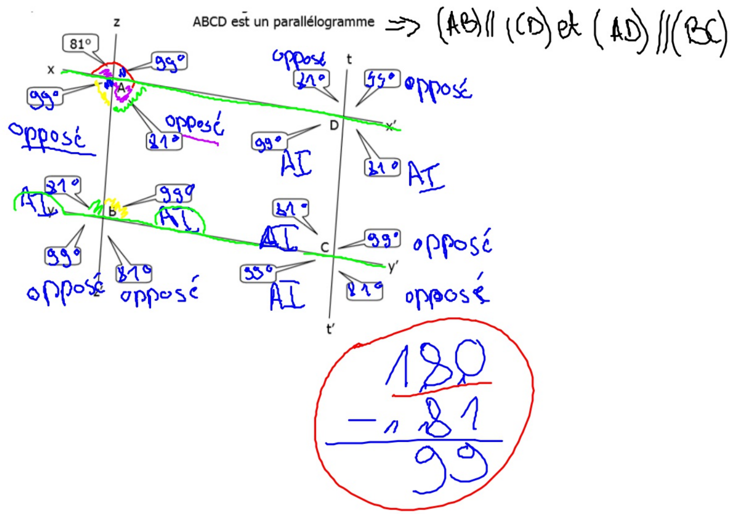
$\widehat{ABy'} = \widehat{yBz'}$ et $\widehat{ABy} = \widehat{y'Bz'}$

2 Dans chaque cas, indiquer si les deux droites roses sont parallèles. Justifier.



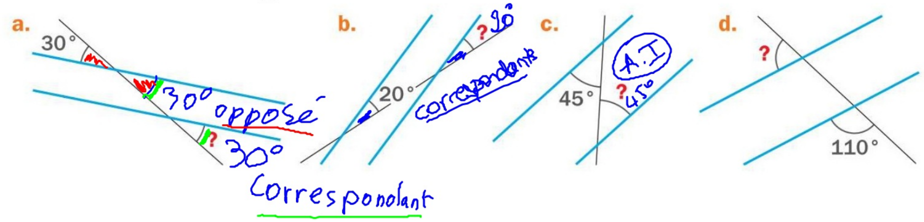
Exercice 4 :

En n'utilisant que les données de chaque figure, retrouver la valeur de tous les angles :

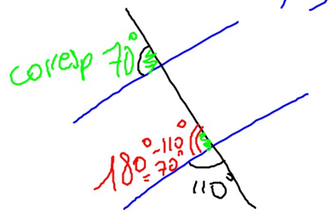


3 Sur chaque figure, les droites bleues sont parallèles.
Donner la mesure de l'angle demandée.

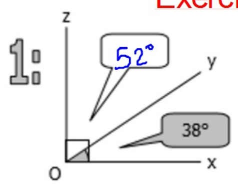
↑ 459



$$\begin{array}{r} 180 \\ -\ 30 \\ \hline 150 \end{array}$$



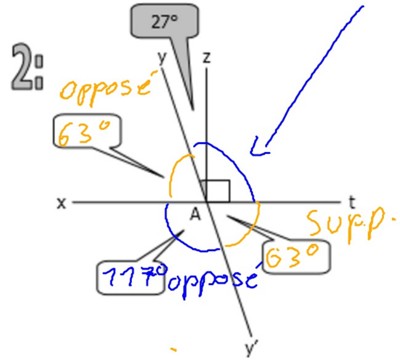
Exercice 5



angles complémentaires :

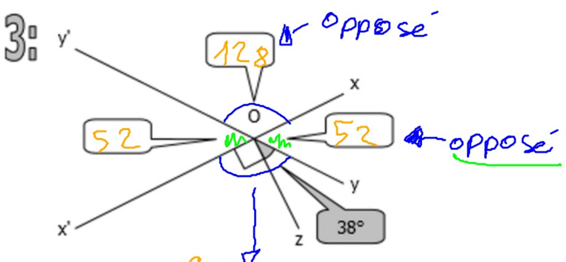
$90° - 38° = 52°$

$27 + 90 = 117$



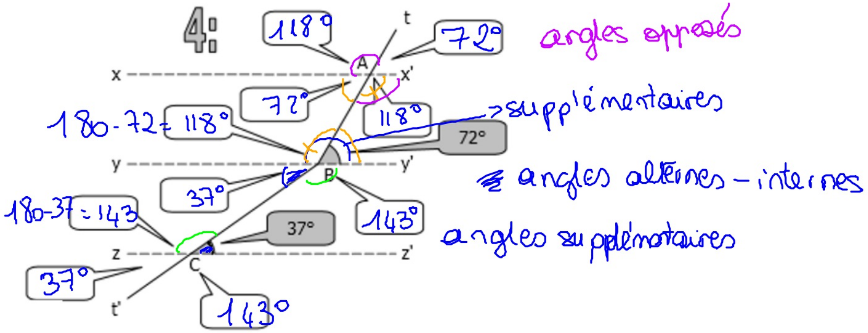
$180 - 117 = 63$

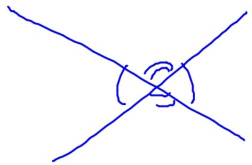
Exercice 5



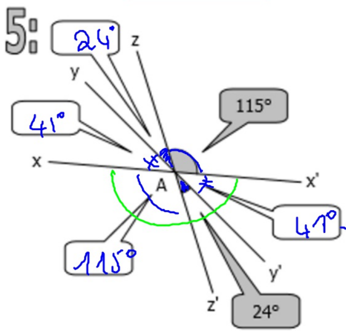
90+38=128
180-128=52 supplémentaires

Exercice 5





Exercice 5



angles opposés

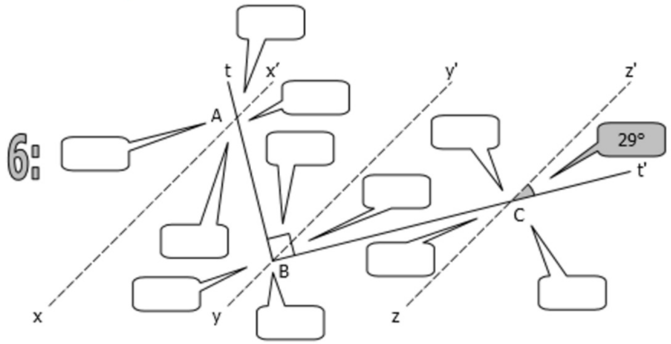
$180° - (115+24)$

$= 180° - 139°$

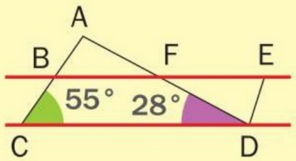
$= 41°$

$$\begin{array}{r} 180 \\ -\ 139 \\ \hline 041 \end{array}$$

Exercice 5



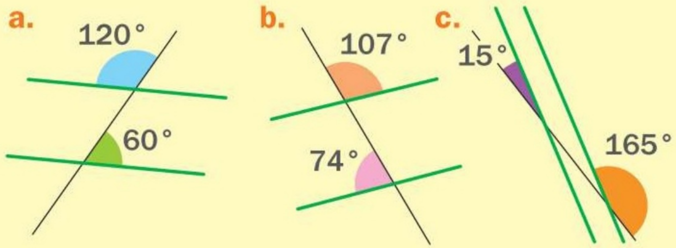
8 Sur la figure ci-contre, les droites rouges (BE) et (CD) sont parallèles.



▶ Pour chacun des angles suivants, donner sa mesure, en justifiant la réponse.

$\widehat{FBA}$ • $\widehat{FBC}$ • $\widehat{BFA}$ • $\widehat{AFE}$ • $\widehat{BFD}$ • $\widehat{EFD}$

10 Dans chaque cas, indiquer si les deux droites vertes sont parallèles. Justifier.



11 Dans la figure suivante, les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles.

▶ Donner la mesure des angles $\widehat{\alpha}$, $\widehat{\beta}$, $\widehat{\gamma}$, $\widehat{\delta}$ et $\widehat{\varepsilon}$.