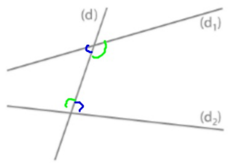
ACTIVITE

Partie 1 : Des couples d'angles

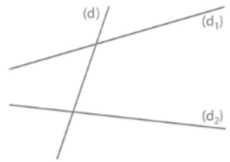
Sur la figure ci-contre : marquer d'une même couleur deux angles qui n'ont pas le même sommet et situés :

- A l'intérieur des droites (d_1) et (d_2)
- De part et d'autre de la droite (d)



Ce couple d'angles est appelé ***angles alternes - internes***

Le couple d'angles bleu sont des angles alternes-internes
" " NOIR sont des angles alternes-internes



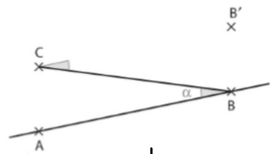
Partie 2 : Conjecture grâce à Geogebra

Cas 1 : Deux droites parallèles

1. A l'aide de Geogebra, tracer deux droites parallèles et une sécante à ces deux droites
2. Avec l'outil « angle » , mesurer deux angles alternes – internes. Que remarque-t-on ?
3. Déplacer ces deux droites et proposer une conjecture Dans notre construction, si les droites sont parallèles alors les angles alternes-internes sont égaux

Cas 2 : Angles alternes internes égaux

1. A l'aide de Geogebra, tracer une droite (AB), puis un point C n'appartenant pas à cette droite
2. Tracer la droite (CB)
3. Avec l'outil « angle », mesurer l'angle $\widehat{CBA}$
   Cette mesure est notée α (alpha) par le logiciel. Elle s'affiche sur la figure et dans la fenêtre « algèbre » à gauche de l'écran
4. Avec l'outil « angle de mesure donnée » , tracer l'angle $\widehat{BCB'}$ de mesure α (cliquer sur) de telle sorte qu'il soit alterne – interne avec l'angle $\widehat{CBA}$
5. Tracer la droite (CB')
6. Vérifier la position des droites (AB) et (CB') à l'aide de l'outil « relation entre deux objets »
7. Déplacer les points. Quelle propriété peut-on conjecturer ?



Dans notre construction, si les angles

ANGLES

I. Vocabulaire

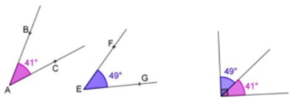
1) Définitions et premières propriétés

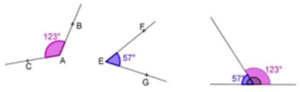
Définition : Un *angle* est une portion du plan ***délimitée par deux demi-droites de même origine.***

Propriétés caractéristiques :	
• Un *angle plat* mesure 180°	• Un *angle droit* mesure 90°

2) Angles complémentaires et supplémentaires

Définitions :	
Deux *angles* sont ***complémentaires*** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90°	Deux *angles* sont ***supplémentaires*** lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180°



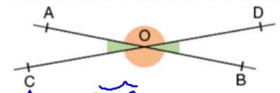


$41° + 49° = 90°$ $123° + 57° = 180°$

3) Angles opposés

Définition : Deux ***angles opposés*** par le sommet ont le même sommet et des côtés dans le prolongement l'un de l'autre.

Propriété (admise) : Si deux *angles* sont ***opposés*** par le sommet, alors ils ont même mesure.



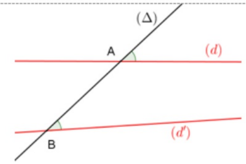
$\widehat{AOC} = \widehat{DOB}$
$\widehat{AOD} = \widehat{COB}$

4) Angles correspondants

Définition : Soient deux droites d et d' et une sécante Δ (delta) qui coupe d et d' en A et B.

Deux ***angles correspondants*** lorsque :

- ils ont pour sommet A et B
- ils sont situés du même côté de Δ
- l'un est situé entre d et d', l'autre non.

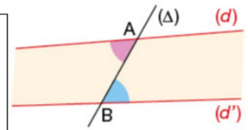


5) Angles alternes – internes

Définition : Soient deux droites d et d' et une sécante Δ qui coupe d et d' en A et B.

Deux ***angles*** sont ***alternes – internes*** lorsque :

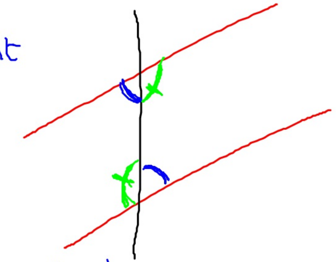
- ils ont pour sommets A et B.
- ils sont situés entre d et d'
- ils sont situés de part et d'autre de Δ.



II - Parallélisme et angles alternes-internes

1- Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont même mesure.



Cas particulier de la propriété :

Si deux droites sont parallèles et si une droite est perpendiculaire à l'une d'elle, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

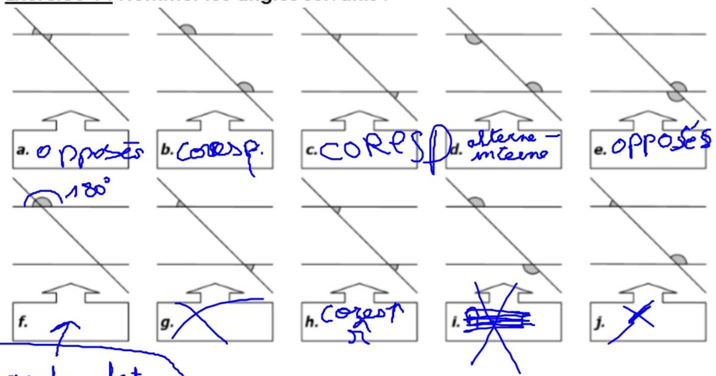
2. Propriété réciproque

Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure alors ces droites sont parallèles.

Cas particulier :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

Exercice 1 : Nommer les angles suivants :



1 angle plat

ou

2 angles supplémentaires

Exercice 2 : Compléter les phrases suivantes :

a. Les angles $\widehat{xAz}$ et $\widehat{x'Az'}$ sont opposés par le sommet.

b. Les angles $\widehat{yBz}$ et $\widehat{y'Bz'}$ sont opposés par le sommet.

c. Les angles $\widehat{xAz}$ et .... sont alternes-internes. $\widehat{y'Bz'}$

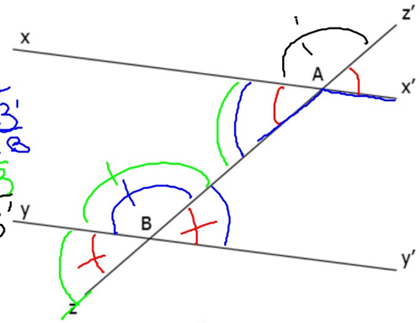
d. Les angles $\widehat{yBA}$ et .... sont alternes-internes. $\widehat{xAB}$

e. Les angles $\widehat{xAz}$ et .... sont correspondants. $\widehat{yBz}$

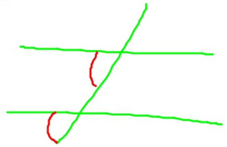
f. Les angles $\widehat{yBA}$ et .... sont correspondants. $\widehat{xAz'}$

~~***g.*** Les angles $\widehat{yBz}$ et .... sont alternes-externes.~~

~~***h.*** Les angles $\widehat{x'Az'}$ et .... sont alternes-externes.~~



ex 2 à faire.



ACTIVITE

Partie 3 : Démonstration : symétrie centrale et angles égaux

On souhaite démontrer deux propriétés :

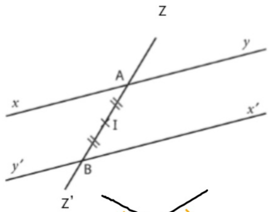
- La propriété d'égalité des angles opposés
- la propriété conjecturée dans le cas 1.

Ces démonstrations utilisent les propriétés de la symétrie centrale.

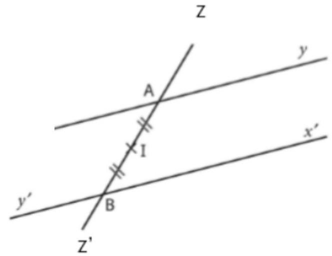
Sur la figure ci-contre :

- les droites (xy) et $(x'y')$ sont parallèles
- les points A et B sont les points d'intersection respectifs de (xy) et $(x'y')$ avec la sécante
- I est le milieu de [AB]

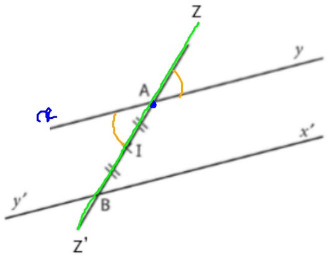
1. Utiliser une propriété de la symétrie de centre A pour démontrer la propriété d'égalité des angles opposés
2. Utiliser une propriété de la symétrie de centre I pour démontrer la propriété conjecturée dans le cas 1



1. Propriété des angles opposés par le s
Deux angles opposés par le somr
même mesı



1. Propriété des angles opposés par le s
Deux angles opposés par le somr
même mesu



Démontrons que $\widehat{zAy} = \widehat{xAz'}$!

Le symétrique de A par la symétrie de centre A est ..A..........

La droite (xy) passe par le point A..

L'image de la droite (xy) par la symétrie de centre A est une droite passant par ..A.. et qui lui est ..parallèle...: c'est elle-même (xy)

La droite (zz') passe par les points...A, B, I.

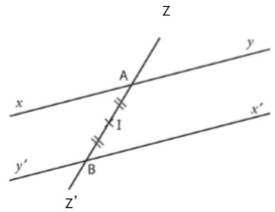
L'image de la droite (zz') par la symétrie de centre A est une droite passant par A... et qui lui est ..parallèle...: c'est elle-même : (zz')

Or la symétrie centrale conserve les ..mesures d'angle

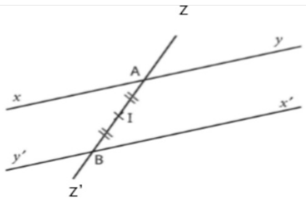
On a donc $\widehat{zAy}$ =...z'Ax.......

ACTIVITE

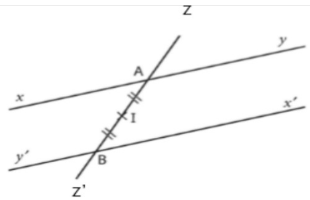
Partie 3 : Démonstration : symétrie centrale et angles égaux

On souhaite démontrer deux propriétés : • La propriété d'égalité des angles opposés • la propriété conjecturée dans le cas 1. Ces démonstrations utilisent les propriétés de la symétrie centrale. Sur la figure ci-contre : • les droites (xy) et $(x'y')$ sont parallèles • les points A et B sont les points d'intersection respectifs de (xy) et $(x'y')$ avec la sécante • I est le milieu de [AB] 1. Utiliser une propriété de la symétrie de centre A pour démontrer la propriété d'égalité des angles opposés 2. Utiliser une propriété de la symétrie de centre I pour démontrer la propriété conjecturée dans le cas 1	

2. Propriété des angles alternes -
Si deux droites parallèles sont coupées pa
sécantes alors les angles alternes - inte
ont même me



2. Propriété des angles alternes -
Si deux droites parallèles sont coupées pa
sécantes alors les angles alternes - inte
ont même me



<u>Démontrons que $\widehat{IAx} = \widehat{IBx'}$:</u>

Le point … est le milieu du segment ……, c'est donc le centre de symétrie de la droite …….

Le symétrique du point A par la symétrie de centre I est …………….

La droite (xy) passe par le point …..

L'image de la droite (xy) par la symétrie de centre I est une droite passant par …… et qui lui est …………………. : c'est donc la droite …

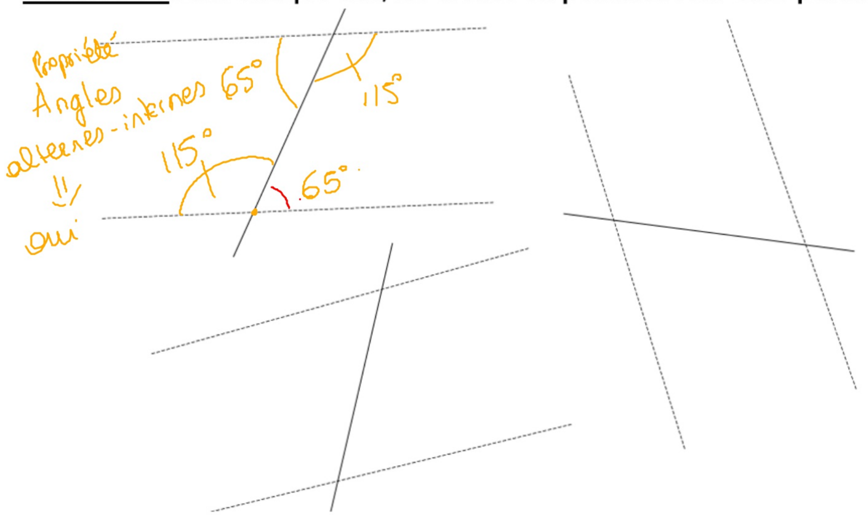
La droite $(x'y')$ passe par le point …..

L'image de la droite $(x'y')$ par la symétrie de centre I est une droite passant par …… et qui lui est …………………. : c'est donc la droite …

L'image de la droite (AB) par la symétrie de centre I est une droite …

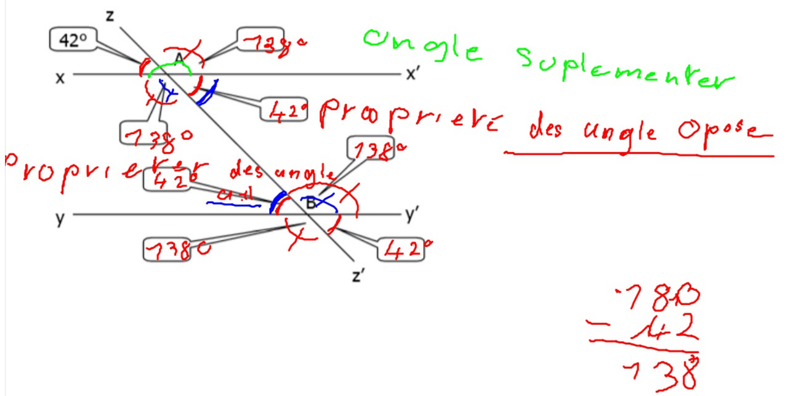
La symétrie centrale conserve ………….. : par conséquent $\widehat{IAx} =$ ……..

Exercice 3 : **Dans chaque cas, les droites en pointillés sont-elles parallèles ?**



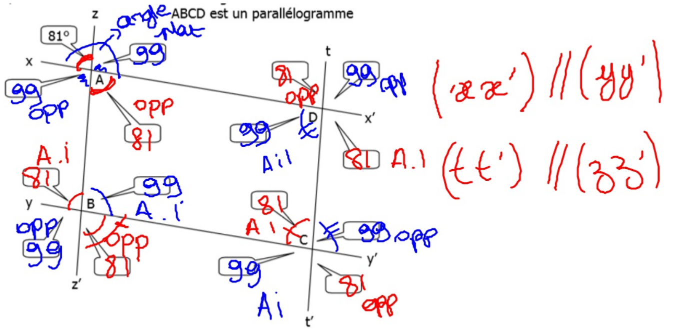
Exercice 4 :

En n'utilisant que les données de chaque figure, retrouver la valeur de tous les angles :
(xx') // (yy')

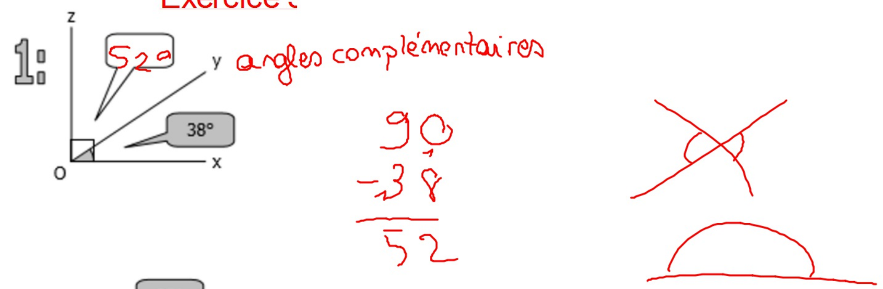


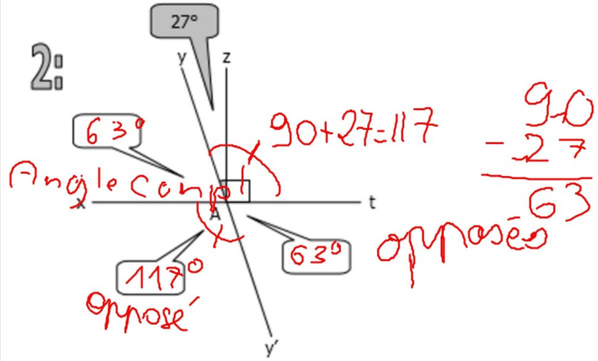
Exercice 4 :

En n'utilisant que les données de chaque figure, retrouver la valeur de tous les angles :

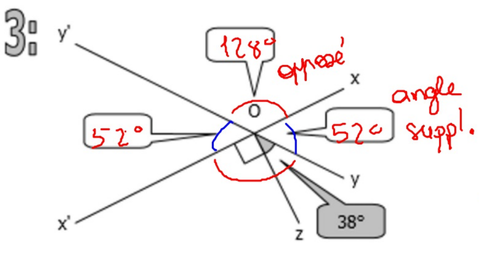


Exercice 5



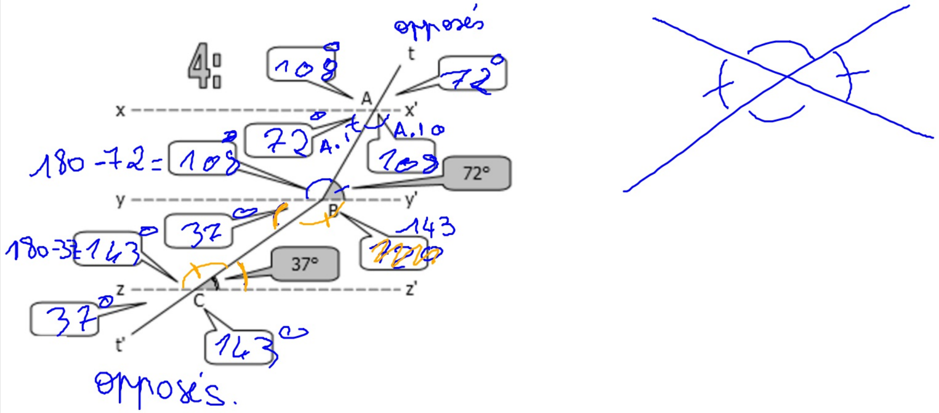


Exercice 5

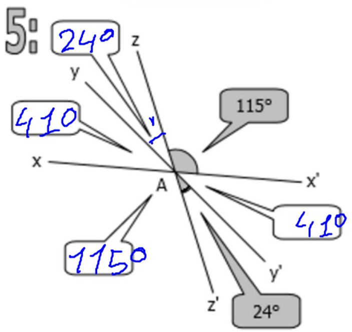


$$\begin{array}{r} 90 \\ +38 \\ \hline 128 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 180 \\ -128 \\ \hline 052 \end{array}$$

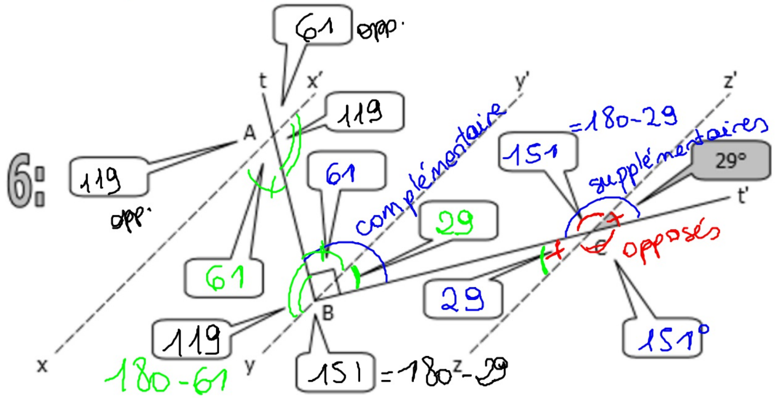
Exercice 5



Exercice 5

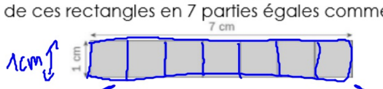


Exercice 5



Devoirs

2. a) Sur une feuille, construire sept rectangles de longueur 7 cm et de largeur 1 cm.
   b) Partager chacun de ces rectangles en 7 parties égales comme sur l'exemple suivant.

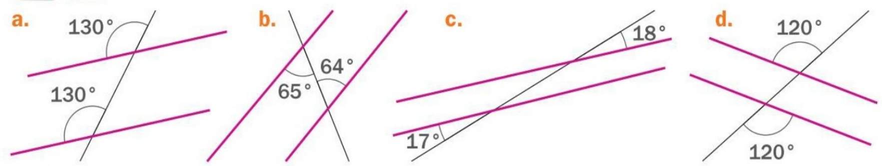


7

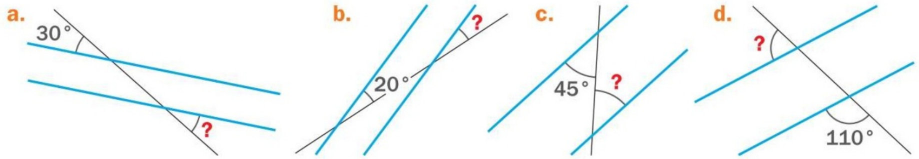
   c) Colorer $\frac{3}{7}$ de chaque rectangle.

+ exercice 8 p

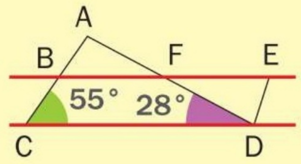
2 Dans chaque cas, indiquer si les deux droites roses sont parallèles. Justifier.



3 Sur chaque figure, les droites bleues sont parallèles.
Donner la mesure de l'angle demandée.



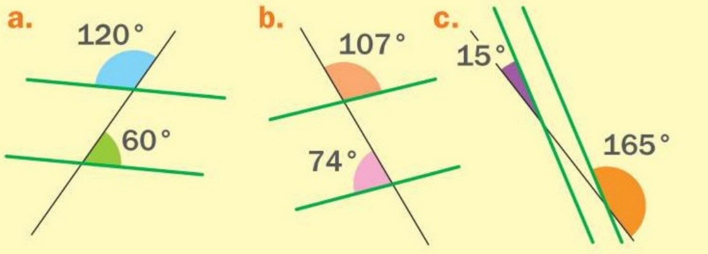
8 Sur la figure ci-contre, les droites rouges (BE) et (CD) sont parallèles.



▶ Pour chacun des angles suivants, donner sa mesure, en justifiant la réponse.

$\widehat{FBA}$ • $\widehat{FBC}$ • $\widehat{BFA}$ • $\widehat{AFE}$ • $\widehat{BFD}$ • $\widehat{EFD}$

10 Dans chaque cas, indiquer si les deux droites vertes sont parallèles. Justifier.



11 Dans la figure suivante, les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles.

▶ Donner la mesure des angles $\widehat{\alpha}$, $\widehat{\beta}$, $\widehat{\gamma}$, $\widehat{\delta}$ et $\widehat{\varepsilon}$.