BREVET BLANC – MATHEMATIQUES

Exercice 1 : (sujet 0 – 2016-2017)

1. Le disque dur a une capacité de 1,5 To soit $1{,}5 \times 10^3\ Go$. Il doit être partagé en dossier de 60 Go chacun. On calcule donc : $1{,}5 \times 10^3 \div 60 = 25$. En effectuant ce partage on obtient bien 25 dossiers donc **VRAI**.
2. Sur la figure donnée :
   - Le triangle ABC est un triangle isocèle en A on a donc $\widehat{BCA} = \widehat{ABC} = 43°$. De plus, dans un triangle la somme des angles vaut toujours 180° donc $\widehat{ABC} + \widehat{BCA} + \widehat{CAB} = 180°$.
     E t donc $\widehat{CAB} = 180° - \left(\widehat{ABC} + \widehat{BCA}\right) = 180° - (43° + 43°) = 94°$.
   - Les points B, A et E sont alignés donc on a $\widehat{BAE} = 180°$.
   - Donc finalement, $\widehat{EAC} = \widehat{BAE} - \widehat{CAB} = 180° - 94° = 86°$ donc **FAUX**
3. Depuis 2005, l'Ethiopien Kenenisa Bakele détient le record du monde en athlétisme du 10 km en 1 597 secondes soit en $1597\ secondes \div 60 \frac{secondes}{minute} \approx 26{,}62\ minutes$ donc **VRAI**
4. Deux triangles sont semblables si leurs angles sont deux à deux de même mesure. Ici, comme la somme des angles d'un triangle est égale à 180° on en déduit la mesure de tous les angles de chacun des triangles :
   - Dans le triangle ABC : $\widehat{ABC} = 100°$; $\widehat{BCA} = 60°$; $\widehat{CAB} = 180° - (100° + 60°) = 20°$
   - Dans le triangle IJH : $\widehat{IJH} = 60°$; $\widehat{JHI} = 20°$; $\widehat{HIJ} = 180° - (60° + 20°) = 100°$

   Donc **VRAI**
5. L'écriture scientifique est constituée d'un nombre **compris entre 1 et 10 exclus** multiplié par une puissance de 10. Ici le nombre proposé est 0,18 donc **FAUX**.

Exercice 2 : (Brevet – 2013)

1. Les dragées doivent être réparties de façon identique dans les 20 corbeilles afin que ces-dernières aient la même composition : il s'agit donc d'effectuer les **divisions euclidiennes de 3003 et 3731 par 20**. Le reste de ces divisions indiquera, pour chacun des modèles, le nombre de dragées non utilisées. On obtient donc 3 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.
2. De même on doit effectuer les divisions euclidiennes de 3003 et 3731 par 90 et vérifier si, comme le prétend Emma, le reste est nul. On obtient des restes de 33 pour les dragées au chocolat et 41 pour les dragées aux amandes : les restes ne sont pas nuls, Emma a donc tort.

Exercice 3 :

Soient $\boldsymbol{A} = 2^3 \times 3 \times 5^2$ et $B = 3^4 \times 5^2$ deux nombres écrits sous la forme de décompositions en facteurs premiers.

1. Ecriture décimales des nombres A et B :

$\boldsymbol{A} = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 600$ et $B = 3^4 \times 5^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 2025$

2. $A^2 = (2^3 \times 3 \times 5^2)^2 = 2^{3\times 2} \times 3^2 \times 5^{2\times 2} = 3^6 \times 3^2 \times 5^4$
3. On a $B = 3^4 \times 5^2 = 3^{2\times 2} \times 5^{1\times 2} = (3^2 \times 5^1)^2 = (3^2 \times 5)^2 = 45^2$
4. On a $\frac{A}{B} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{3^4 \times 5^2} = \frac{2^2 \times 3 \times 5^2}{3 \times 3^3 \times 5^2} = \frac{2^2}{3^3} = \frac{4}{27}$

Exercice 4 : (Brevet – 2015)

1. Le triangle AKD est rectangle en K donc, par la propriété de Pythagore on a : $DA^2 = KD^2 + KA^2$

D'où $KA^2 = DA^2 - KD^2 = 60^2 - 11^2 = 3479$

Et donc $KA = \sqrt{KA^2} = \sqrt{3479} \approx 59{,}0$

KA mesure 59,0 cm arrondi au millimètre près.

2. En analysant la figure on a :
   - Les deux droites (HP) et (KD) sont parallèles car elles sont perpendiculaires à une même troisième : (AK)
   - Les droites (DP) et (KH) sont sécantes en A

Donc d'après le théorème de Thalès on a $\left(\frac{AH}{AK} =\right)\frac{AP}{AD} = \frac{HP}{KD}$

$$\frac{DA - DP}{AD} = \frac{HP}{DK}$$

$$\frac{60-45}{60} = \frac{HP}{11},$$

$$\frac{15}{60} \times 11 = HP$$

$$HP = 2{,}75$$

Donc HP mesure 2,75 cm.

Exercice 5 : (Brevet 2016)

On considère les deux programmes de calcul ci-dessous :

Programme A
1. Choisir un nombre.
2. Multiplier par −2.
3. Ajouter 13.

Programme B
1. Choisir un nombre.
2. Soustraire 7.
3. Multiplier par 3.

1. Le calcul à faire pour le programme A est : $2 \times (-2) + 13 = -4 + 13 = 9$
2. Soit x le nombre choisi au départ on obtient alors l'expression suivante :

$$(x - 7) \times 3 = 3 \times x + 3 \times (-7) = 3x - 21$$

On cherche donc à résoudre $3x - 21 = 9$

$$3x = 9 + 21 = 30$$

$$x = 30 \div 3 = 10$$

3. Pour le programme A l'expression obtenue est : $x \times (-2) + 13 = -2x + 13$

On cherche alors à résoudre : $-2x + 13 = 3x - 21$

$$13 = 3x - 21 + 2x$$

$$13 = 5x - 21$$

$$13 + 21 = 5x$$

$$34 = 5x$$

$$x = \frac{34}{5}$$

Exercice 6 : (Brevet - 2016)

Partie 1 :

1. Avec le morceau 1 de 8 cm on doit faire un carré : ce carré aura donc un côté de $8\ cm\ \div 4 = 2\ cm$.

   Avec le morceau 2 qui mesure $20\ cm - 8\ cm = 12\ cm$, on doit construire un triangle équilatéral, ce triangle aura donc un côté de $12\ cm\ \div 3 = 4\ cm$.

2. On a un carré de 2 cm de côté, son aire sera donc de $A_{carré} = 2 \times 2 = 4$ soit 4 cm².

3. L'aire d'un triangle équilatéral de côté a est donné par la formule suivante : $\boxed{A = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2}$

   Ici le côté a mesure 4 cm on a donc $A_{triangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = \sqrt{3} \times 4 \approx 6{,}93$ soit 6,93 cm².

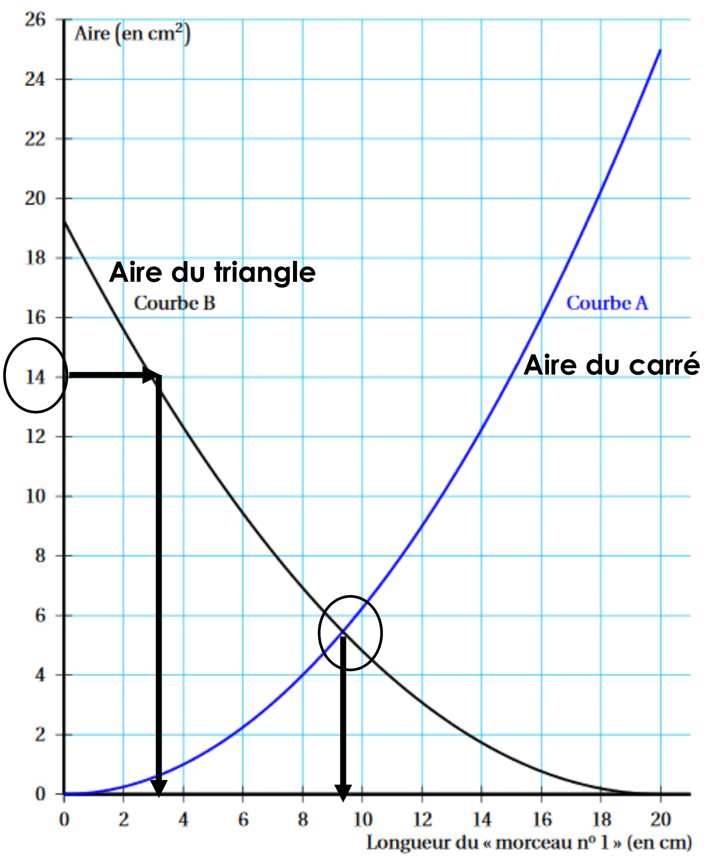
Partie 2 :

1. Formules permettant de calculer :

   a. l'aire du carré obtenu à l'étape 3 en fonction de la longueur du « morceau n°1 » : **Le terme en fonction signifie de cette longueur va varier : on va la nommer x.** On a vu dans la partie 1. Question 1 que le carré aura un côté de $(x \div 4)$. Puis on a vu dans la partie 1. Question 2 que son aire sera alors de $A_{carré} = (x \div 4)^2$

   b. l'aire du triangle équilatéral obtenu à l'étape 3 en fonction de la longueur du « morceau n°1 » : De même on va utiliser une fonction. On a vu à la partie 1. Question 1 que le triangle aura un côté de $(20 - x) \div 3$, puis grâce à la formule donnée à la partie 1, on aura donc $A_{triangle} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{20-x}{3}\right)^2$

Graphique représentant les aires des polygones en fonction de la longueur du « morceau n°1 ».



2. Par lecture graphique on voit que :

   a. Pour obtenir un triangle équilatéral d'aire 14 cm² il faut avoir une longueur du « morceau n°1 » de 3 cm

   b. Pour obtenir deux polygones d'aires égales il faut une longueur du « morceau n°1 » de 9,5 cm environ.