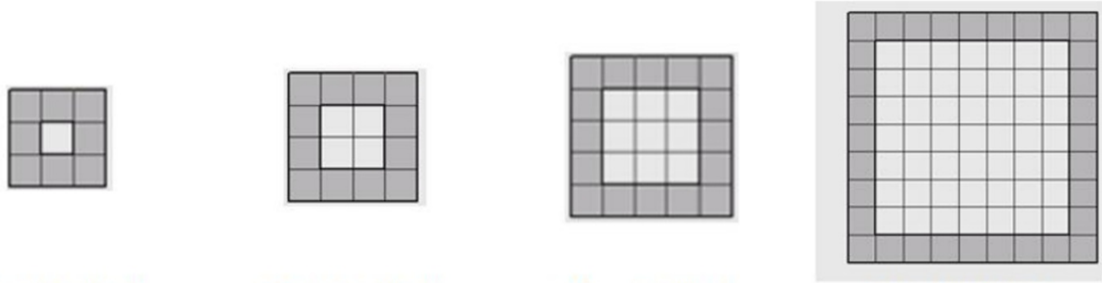
Activité 1 : Les carrés bordés

Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre.



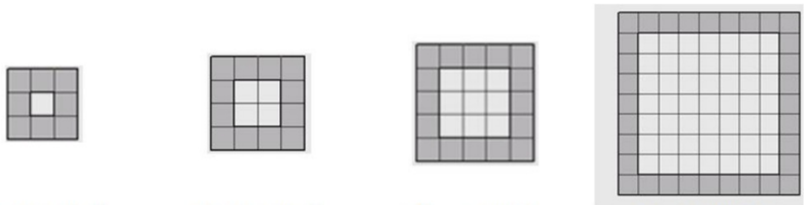
Carré Taille 1 **Carré Taille 2** **Carré Taille 3** **Carré Taille 7**

Il voudrait trouver une formule lui permettant de déterminer le nombre de carreaux gris en fonction de la taille du carré blanc central.

1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant :

a. le carré blanc de taille 1 ? 8 ***b.*** le carré blanc de taille 2 ? 12

c. le carré blanc de taille 3 ? 16



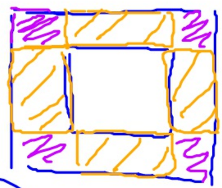
Carré Taille 1 **Carré Taille 2** **Carré Taille 3** **Carré Taille 7**

2. Produire un **calcul** (plusieurs calculs différents sont possibles) qui donne le nombre de carreaux gris entourant :

a. Un carré blanc de taille 7. ***b.*** Un carré blanc de taille 56 ?

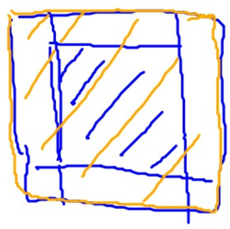
a) ① $4 \times 7 + 4 = 32$

angles



2° possibilités :

② $\underbrace{(9 \times 9)}_{\text{nombre total de carreaux}} - \underbrace{(7 \times 7)}_{\text{nombre de carreaux blancs}} = 32$ ...



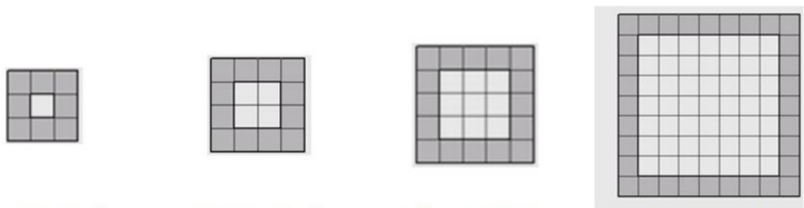
b)

expression ①:

Taille 56 : $4 \times 56 + 4 = 228$

expression ②:

Taille 56 : $58 \times 58 - 56 \times 56 = 228$



Carré Taille 1 | Carré Taille 2 | Carré Taille 3 | Carré Taille 7

$n = 1$ | $n = 2$ | $n = 3$

3. Expliquer par une phrase et donner une formule (ou programme de calcul) permettant de calculer le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de n'importe quelle taille. La vérifier avec les résultats trouvés à la question 1.

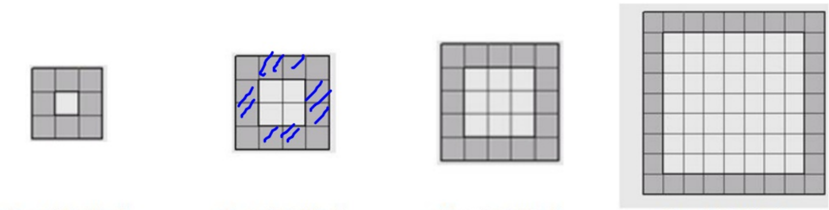
4. Comparons les programmes de calculs trouvés

3) Soit n la taille du carré blanc :

exp ①: $4 \times n + 4$.

exp ②: $(n+2) \times (n+2) - n \times n$.

1,2p143



Carré Taille 1 Carré Taille 2 Carré Taille 3 Carré Taille 7

5. On a trouvé 120 carreaux gris, quelle était la taille du carré blanc initial ?

Carré blanc de taille n :

exp ① : $4 \times n + 4$ = Nb de carreaux gris.

[exp ② : $(n+2) \times (n+2) - n \times n$]

$\boxed{n} \xrightarrow{\times 4} \boxed{4 \times n} \xrightarrow{+4} \boxed{\text{GRis}}$

$n = \boxed{29} \xleftarrow{:4} \boxed{116} \xleftarrow{-4} 120$

Faisons le bilan :

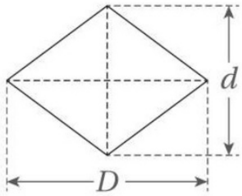
Qu'est-ce qu'une **expression littérale** ?

C'est une expression dans laquelle figure une (ou plusieurs) lettres

Quand deux expressions littérales sont-elles **égales** (test d'égalité) ?

p 143

1 L'aire d'un losange se calcule avec la formule $\mathcal{A} = \dfrac{D \times d}{2}$.



▶ Calculer l'aire d'un losange dont les diagonales mesurent 3 cm et 4,6 cm.

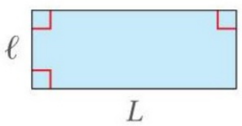
$\mathcal{A} = \dfrac{4,6 \times 3}{2} = 6,9$

L'aire est de 6,9 cm^2

p 143

2 Simplifier l'écriture des formules de périmètre et d'aire suivantes.

a. Rectangle



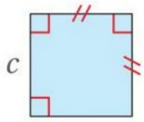
$\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$

$\mathcal{A} = L \times \ell$

$\mathcal{P} = 2(L+\ell)$

$\mathcal{A} = L\ell$

b. Carré



$\mathcal{P} = 4 \times c$

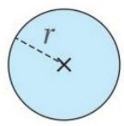
$\mathcal{A} = c \times c$

$P = 4c$

$\mathcal{A} = cc$

$\mathcal{A} = c^2$

c. Disque



$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$

$\mathcal{A} = \pi \times r \times r$

$P = 2\pi R$

$A = \pi R^2$

Cours
Nombres et calculs

Calcul littéral

I) Expression littérale

Définition : Une expression littérale est une expression contenant une ou plusieurs lettres, des variables.
Ces variables désignent des nombres qui peuvent varier

Convention : On peut supprimer le signe × :

- entre un nombre et une lettre
- entre deux lettres
- avant une parenthèses
- entre une série de parenthèses.

voir exercice 2 p 143.

Notations :

- $a \times a = a^2$ (lire a au carré)
- $a \times a \times a = a^3$ (lire a au cube)

Activité 2 : Expressions littérales égales ?

1. *n* est un nombre entier.

Lucie a calculé les expressions « $n \times n$ » et « $2n$ » pour $n = 0$, puis pour $n = 2$.

Elle en conclut que l'expression « $n \times n$ » est égale à l'expression « $2n$ ».

A-t-elle raison ? Justifier.

• On calcule $n \times n$ pour $n = 0$.

$0 \times 0 = 0$

• On calcule $2 \times n$ pour $n = 0$.

$2 \times 0 = 0$

=) Pour $n = 0$ on a $n \times n = 2 \times n = 0$.

=) Pour $n = 2$ on a $n \times n = 2 \times 2 = 4$ et $2 \times n = 2 \times 2 = 4$

donc les deux expressions sont égales pour $n = 2$.

Par contre,

pour $n = 1$, on a :

$n \times n = 1 \times 1 = 1$

et $2 \times n = 2 \times 1 = 2$

Conclusion : Les expressions ne sont PAS toujours égales.

2. Pour chaque égalité, dire si elle est toujours vraie, si elle est toujours fausse, ou si elle est vraie à certaines conditions (préciser lesquelles dans ce cas).

a. $25 - 4 = 3 \times 4$ | **b.** $2x \times 3y = 6xy$ ✓ | **c.** $13 + 4 = 21 - 4$ ✓

d. $c + 11 = 6$? | **e.** $9d = 12$ | **f.** $AB + BC = AC$

$\boxed{\text{3 p 143}}$

• la a. est toujours fausse.
car $3 \times 4 = 12$ et $25 - 4 = 21$

• la c est toujours vraie car $13 + 4 = 17$ et $21 - 4 = 17$.

b) $2x \times 3y = 2 \times x \times 3 \times y = 6 \times x \times y = 6xy$
toujours vraies.

p 143

3 On considère les expressions $A = 4x - 3$ et $B = -9 + x$.

a. Lorsque $x = +2$, a-t-on $A = B$?

b. Peut-on affirmer que $A = B$? Justifier.

a) pour $x = 2$

• $A = 4 \times 2 - 3 = 8 - 3 = 5$

• $B = \underbrace{-9 + 2} = -7$

"Soustraire 9 et ajouter 2 revient à soustraire 7".

$5 \neq -7$ donc les expressions ne sont pas égales

b) Non car on a montré que pour $x = 2$, $A \neq B$

2. Pour chaque égalité, dire si elle est <u>toujours vraie</u>, si elle est <u>toujours fausse</u>, ou si elle est <u>vraie à certaines conditions</u> (préciser lesquelles dans ce cas).

a. $25 - 4 = 3 \times 4$ **b.** $2x \times 3y = 6xy$ ✓ **c.** $13 + 4 = 21 - 4$ ✓

d. $c + 11 = 6$?) **e.** $9d = 12$ **f.** AB + BC = AC

3 p 143

e) $9d = 12$?

· par exemple pour $d = 1$. on a $9 \times 1 = 9 \neq 12$

$\Rightarrow$ Ce n'est pas toujours vrai.

· $9d = 9 \times d$

$9 \times \boxed{\frac{12}{9}} = 12$

L'expression n'est vraie que si $d = \frac{12}{9}$

f) Ce n'est vrai que si le point B appartient à [AC]

Faisons le bilan :

Qu'est-ce qu'une **expression littérale** ?

Quand deux expressions littérales sont-elles **égales** (test d'égalité) ?

II) Test d'égalité

<u>Propriété</u> : Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs affectées aux lettres et fausse pour d'autres.

<u>Méthode</u> : Pour tester si une égalité est vraie pour <u>une</u> valeur il faut calculer chacune des expressions littérales pour cette valeur (ex 3 p 143).

12 Simplifier le plus possible l'écriture des expressions suivantes (sans les calculer).

$A = 5 \times (3 + 4)$ $\quad$ $B = (7{,}2 - 6{,}9) \times 2{,}5$

$C = 9 \times a + 6 \times b$ $\quad$ $D = 4 \times a \times b$

$E = a + b + a \times b$ $\quad$ $F = (a + b) \times (a - b)$

$G = a \times (b + c) \times (x + y)$ $\quad$ $H = 3 \times 5 \times a \times b$

p 146

$A = 5(3+4)$.

$B = (7{,}2-6{,}9)2{,}5$.

$= 2{,}5(7{,}2-6{,}9)$

12 Simplifier le plus possible l'écriture des expressions suivantes (sans les calculer).

$A = 5 \times (3 + 4)$ $\quad$ $B = (7{,}2 - 6{,}9) \times 2{,}5$

$C = 9 \times a + 6 \times b$ $\quad$ $D = 4 \times a \times b$

$E = a + b + a \times b$ $\quad$ $F = (a + b) \times (a - b)$

$G = a \times (b + c) \times (x + y)$ $\quad$ $H = 3 \times 5 \times a \times b$

$C = 9a + 6b$

$D = 4ab$

$E = a + b + ab$

$F = (a+b)(a-b)$

$G = a(b+c)(x+y)$

$H = 3 \times 5ab$

13 Calculer les expressions suivantes pour $m = 2$ et $n = 3$.

p 146

$A = 2(m + n)$ $\quad$ $B = 3m - 2n$

$C = 2m^2 + 5n - 3$ $\quad$ $D = m(m + 3)$

↳ $m \times m$

$E = 4mn$ $\quad$ $F = 5m^2 - 8mn$

$A = 2(2+3) = 2 \times 5 = 10.$

$B = 3 \times 2 - 2 \times 3 = 0$

$C = 2 \times 2 \times 2 + 5 \times 3 - 3 = 8 + 15 - 3 = 23 - 3 = 20$

$D = 2(2+3) = 2 \times 5 = 10$

$E = 4 \times 2 \times 3 = 24$

$F = 5 \times 2^2 - 8 \times 2 \times 3 = 5 \times 4 - 16 \times 3 = 20 - 48$

$(= -28)$

17 TICE Programme de calcul

On considère le programme de calcul ci-dessous.

p 146

- Choisir un nombre.
- Soustraire 3 au nombre choisi.
- Multiplier cette différence par 5.

▶ Indiquer quelle formule il faut saisir dans la cellule B2 de la feuille de calcul suivante pour calculer le résultat final.

B2 f_x

	A	B
1	Nombre choisi	Résultat final
2	A2 3	=(A2-3)x5
3	A3 5	=(A3-3)x5

$\to (\boxed{3} - 3) \times 5$

$\to (\boxed{5} - 3) \times 5$

Cours
Nombres et calculs

Exemple :

Soit l'égalité $\underbrace{3x+5}_{①} = \underbrace{5x-9}_{②}$.

• Cette égalité est-elle vraie pour $x = 2$?

On calcule l'expression ① pour $x = 2$:

$3 \times 2 + 5 = 11$

On calcule l'expression ② pour $x = 2$

$5 \times 2 - 9 = 1$

Conclusion : Pour $x = 2$, l'égalité est fausse car $11 \neq 1$.

• Cette égalité est-elle vraie pour $x = 7$.

On calcule l'expression ① pour $x = 7$:

$3 \times 7 + 5 = 21 + 5 = 26$

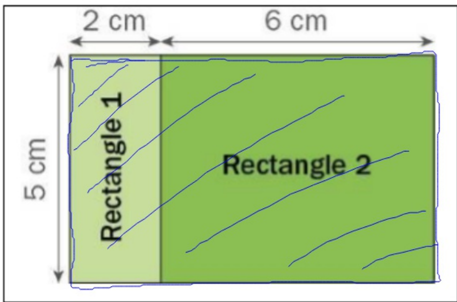
On calcule l'expression ② pour $x = 7$

$5 \times 7 - 9 = 35 - 9 = 26$

<u>Conclusion</u> : Pour $x = 7$, l'égalité est vraie car $26 = 26$.

<u>Activité 3 : Un petit rappel</u>

1. a. Écrire l'aire du rectangle ci-dessous à l'aide d'une expression avec parenthèses, puis d'une expression sans parenthèses.



Expression avec parenthèses :

$5 \times (2 + 6) = 5 \times 8 = 40$

Expression sans parenthèses :

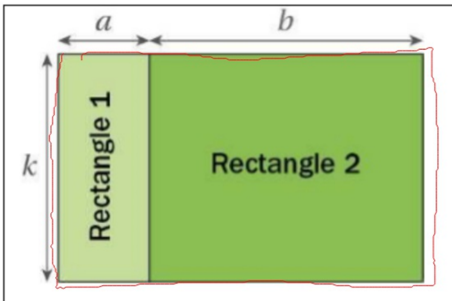
$\underbrace{5 \times 2}_{\text{Rect. 1}} + \underbrace{5 \times 6}_{\text{Rect 2}} = 10 + 30 = 40$

Quelle égalité peut-on écrire ?

$5 \times (2 + 6) = 5 \times 2 + 5 \times 6$

développer

b. On considère le rectangle ci-dessous. Compléter.



Aire du grand rectangle :

$$\mathcal{A} = l \times L = k \times (a+b)$$

Somme des aires des deux petits rectangles :

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = k \times a + k \times b$$

18 p 147

+11 p 146

11 La lettre n désigne un entier.

p 146

Comment s'écrit :

a. le double de n ? $n \times 2 = 2n$ **b.** la moitié de n ? $\frac{n}{2}$

c. l'opposé de n ? $-n$ **d.** le tiers de n ? $\frac{n}{3} = n : 3$

e. le quart de n ? $\frac{n}{4} = n : 4$ **f.** le triple de n ? $3 \times n = 3n$

g. le nombre entier qui suit n ? $n+1$

h. le nombre entier qui précède n ? $n-1$

i. la différence de n et de 3 ? $n-3$

j. la somme de 4 et de la moitié de n ? $4 + \frac{n}{2}$

k. le produit de n par la somme de n et de 4 ?

$n \times (n+4) = n(n+4)$

18 TICE Programme de calcul

Voici une feuille de calcul :

p 146

	A	B
1	Nombre choisi	Résultat final
2	-3	=A2*(A2-5)+6

$\to -3 \times (-3-5)+6$

▶ Écrire un programme de calcul qui correspond à la formule saisie dans la cellule B2.

- Choisir un nombre
- Soustraire 5
- Multiplier par le nombre choisi au départ
- Ajouter 6 au résultat.

⚠ priorités opératoires

c. En conclusion, compléter la propriété suivante.

Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

a, b et k sont des nombres quelconques. On a :

Développer →

$\boldsymbol{k} \times (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) =$ k x a + k x b

← Factoriser

Développer →

$\boldsymbol{k} \times (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) =$ k x a − k x b

← Factoriser

k est appelé facteur commun.

2. Applications

a. La distributivité va nous permettre de calculer mentalement les expressions suivantes :

$A = 42 \times 21$ $B = 42 \times 19$ $C = 47 \times 12 + 47 \times 88$

Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une **somme** ou d'un **produit** :

Sommes : C	Produits : A , B

Utiliser la distributivité pour ***développer*** (écrire l'expression sous forme d'une somme ou différence) ou **factoriser** (écrire l'expression sous forme de produit) ces expressions puis les calculer :

dév →

$A = 42 \times 21 =$ $42 \times (20 + 1) = 42 \times 20 + 42 \times 1 = 840 + 42$
$= 882$

$B = 42 \times 19 =$ $42 \times (20 - 1) = 42 \times 20 - 42 \times 1 = 798$

$C = 47 \times 12 + 47 \times 88 =$ $47 \times (12 + 88) = 47 \times 100 = 4700$

→ Factoriser.

b. Pour chacune des expressions ci-dessous, dire s'il s'agit d'une somme ou d'un produit puis, suivant le cas, développer ou factoriser l'expression :

$D = 3(1 + 4x) =$	$E = (7 + 3x) \times 4 =$
$F = 2(x - 6) =$	$G = 5(1 + 2x)$
$H = 5 \times 2x + 5 \times 3 =$	$I = 4 \times y + 6 \times 4 =$

Sommes : H , I → factoriser.

Produits : D , E , F , G → développer

D, E, H..

$D = 3 \times 1 + 3 \times 4x = 3 + 12x$

b. Pour chacune des expressions ci-dessous, dire s'il s'agit d'une somme ou d'un produit puis, suivant le cas, développer ou factoriser l'expression :

$D = 3(1 + 4x) =$ ✓

$E = (7 + 3x) \times 4 =$

$F = 2(x - 6) =$

$G = 5(1 + 2x)$

$H = 5 \times 2x + 5 \times 3 =$

$I = 4 \times y + 6 \times 4 = 4 \times (y + 6)$

$H = 5 \times (2x + 3)$

$E = 4 \times 7 + 4 \times 3x$

$E = 28 + 12x$

$F = 2 \times x - 2 \times 6 = 2x - 12$

$G = 5 \times 1 + 5 \times 2x = 5 + 10x$

Faisons le bilan :

Qu'est-ce que **développer** une expression littérale ?

C'est réecrire un produit sous forme d'une somme ou d'une différence.

Qu'est-ce que **factoriser** une expression littérale ?

C'est réecrire une somme ou une différence sous forme de produit.

III _ Distributivité : développement, factorisation.

Propriété : k, a et b sont des nombres

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$$

$\xrightarrow{\text{développer}}$

$\xleftarrow{\text{factoriser}}$

$$k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

exemples:
Voir activité 3 : 2)

p 143

4 Effectuer mentalement les calculs suivants en expliquant la méthode utilisée.
a. 101 × 57 **b.** 17,6 × 58 – 7,6 × 58

a) $(100+1) \times 57 = 57 \times 100 + 57 \times 1$
$= 5700 + 57$
$= 5757$

b) $17{,}6 \times 58 - 7{,}6 \times 58 = 58 \times (17{,}6 - 7{,}6)$
$= 58 \times 10 = 580$

20 Parmi les expressions suivantes, indiquer lesquelles sont des sommes et lesquelles sont des produits.

$A = 4y - 8$ $B = 3z(4z - 6)$

$C = (4a - 3)^2$ $D = 7b^2 + 5b + 2$

$E = 4(t - 3) + 5t$ $F = (3p + 1)(5p - 2)$

p 147

Sommes (ou différence) : A, D, E

Produits : B, C, F

23 Calculer astucieusement.

$A = 46 \times 99$ → produit ⇒ dév.

$B = 48 \times 76 + 48 \times 24$ ⇒ somme ⇒ fact.

$C = 137 \times 56 - 37 \times 56$ → "somme" ⇒ fact

$D = 1\,001 \times 42$ → produit ⇒ dév

$E = 1\,234 \times 0{,}41 - 234 \times 0{,}41$ → "somme" ⇒ fact.

p 147

$A = 46 \times 99 = 46 \times (100 - 1) = 46 \times 100 - 46 \times 1$

$A = 4600 - 46 = 4554$

$B = 48 \times (\underbrace{76 + 24}_{100}) = 4800$

$C = 56 \times (137 - 37) = 5600$

$D = (1000 + 1) \times 42 = 42000 + 42 =$ 42042

$E = 1234 \times 0,41 - 234 \times 0,41$

$E = 0,41 \times (1234 - 234) = 0,41 \times 1000 = 410$

51 Consommation électrique

p 150

CALCULER à l'aide de nombres.

Pour calculer l'énergie électrique, en kilowatt-heure (kW·h), consommée par un appareil, on utilise la formule $\mathscr{E} = P \times t$ où :

- P est la puissance de l'appareil (en kW) ;
- t est sa durée de fonctionnement (en h).

On a représenté ci-contre le compteur électrique de Joachim au moment où il allume sa plaque chauffante électrique.

Joachim fait fonctionner cette plaque chauffante de puissance 1 500 W pendant 2 h.

▶ Quel nombre au minimum affiche son compteur électrique quand Joachim arrête la plaque ?

a) $E = P \times t$

Pour la plaque on a

$P = 1500\ W = 1,5\ kW$

$t = 2\ h$

$E = 1,5 \times 2 = 3$

Compteur :

$25\,473 + 3 = 25\,476$

76 Voici une suite de figures.

p 153

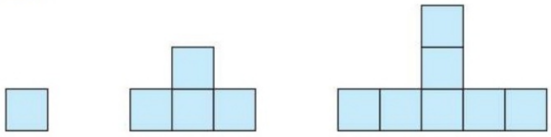


Fig. 0 Fig. 1 Fig. 2

1. En poursuivant cette suite, quel sera le nombre de carrés nécessaires :

a. pour la figure 10 ? $1+10\times3$

b. pour la figure 100 ? $1+100\times3$

c. pour la figure 2 016 ? $1+2016\times3$

2. Indiquer quel sera le nombre de carrés nécessaires pour n'importe quelle figure.

Soit n le numéro de la figure.

On aura $1+n\times3$

Figure n°	Nb carré
0	1
1	$1+3=4$
2	$1+2\times3$
3	$1+3\times3$
⋮	
10	$1+10\times3$

+3 +3 +3

75 n est un nombre entier positif.

p 153

Un bus effectue un circuit. Au départ, il y a dans ce bus n passagers.

Au premier arrêt, huit personnes montent.

Au deuxième arrêt, le quart des passagers descend.

a. Exprimer en fonction de n le nombre de passagers dans le bus après le deuxième arrêt.

b. Si $n=32$, combien reste-t-il de passagers dans le bus après le deuxième arrêt ?

a) $\boxed{n} \xrightarrow{+8} \boxed{n+8}$ (1er) $\xrightarrow{2^{\circ}}$ $\boxed{\frac{n+8}{4}\times3}$

Si $\frac{1}{4}$ des passagers, il en reste $\frac{3}{4}$ dans le bus.

b) Si $n=32$:

$\frac{32+8}{4}\times3=\frac{40}{4}\times3=10\times3=30$

Il reste 30 passagers.

50 Distance de freinage

CALCULER à l'aide de nombres.

p 150

Lorsque le conducteur appuie sur le frein, il faut plusieurs mètres à une voiture pour s'arrêter. La formule $D_f = \frac{v \times v}{20a}$ donne cette distance, en m, appelée distance de freinage où :

- v est la vitesse, en m/s, de la voiture avant le freinage ;
- a est un coefficient qui dépend de l'état de la route : $a = 0{,}8$ sur route sèche, $a = 0{,}6$ sur route mouillée.

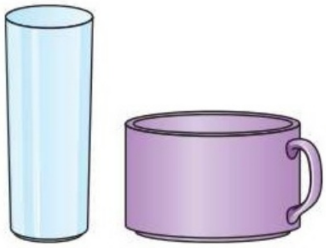
Il pleut. Martine roule à 72 km/h.

a. Montrer que sa vitesse est égale à 20 m/s.

$$72\text{ km/h} = \frac{72\text{ km}}{1\text{ h}}$$
$$= \frac{72\,000\text{ m}}{60 \times 60\text{ s}}$$
$$= 20\text{ m/s.}$$

b. Martine voit un enfant traverser la route et appuie sur le frein.
Quelle distance parcourt sa voiture avant son arrêt ?

15 Voici deux récipients. La hauteur du verre est égale au double de celle de la tasse, mais son rayon est deux fois plus petit que celui de la tasse.



p 146

▶ Si on les remplit d'eau, contiendront-ils le même volume ?