

LE HASARD EST-IL PREVISIBLE ?

ANALYSE DE 3 SITUATIONS

En probabilité, on utilise un vocabulaire spécifique :

- Expérience aléatoire : cela correspond à la description de la situation étudiée
- Les issues : cela correspond aux résultats envisagés de l'expérience aléatoire
- Un évènement : c'est une condition qui peut être, ou ne pas être réalisée lors d'une expérience aléatoire.

Les expériences aléatoires



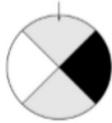
Situation 1 : Le lancer d'une pièce

On lance une pièce de monnaie équilibrée (non truquée) et on regarde sa face supérieure.



Situation 2 : le lancer d'un dé

On lance un dé équilibré à 6 faces et on regarde le nombre de points inscrit sur sa face supérieure.



Situation 3 : La roue de loterie

On fait tourner une roue de loterie équilibrée, on attend qu'elle s'arrête et on regarde la couleur désignée par la flèche.

Les expériences aléatoires



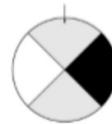
Situation 1 : Le lancer d'une pièce

On lance une pièce de monnaie équilibrée (non truquée) et on regarde sa face supérieure.



Situation 2 : le lancer d'un dé

On lance un dé équilibré à 6 faces et on regarde le nombre de points inscrit sur sa face supérieure.



Situation 3 : La roue de loterie

On fait tourner une roue de loterie équilibrée, on attend qu'elle s'arrête et on regarde la couleur désignée par la flèche.

Issues possibles / évènements

Pour chacune des situations décrites ci-dessus :

- indiquer quelles sont les issues possibles
- donner un exemple d'évènement composé d'une seule issue : il est nommé évènement élémentaire
- donner un exemple d'évènement composé de plusieurs issues

	Liste des issues	Evènement élémentaire	Evènement	Commentaires
Situation 1	pile ; face	obtenir pile	obtenir pile ou face	évènement certain
Situation 2	1; 2; 3; 4; 5; 6	obtenir 4	obtenir un nombre pair	X
Situation 3	noir, blanc, gris	obtenir noir	ne pas obtenir noir.	X

• obtenir vert ← évènement impossible



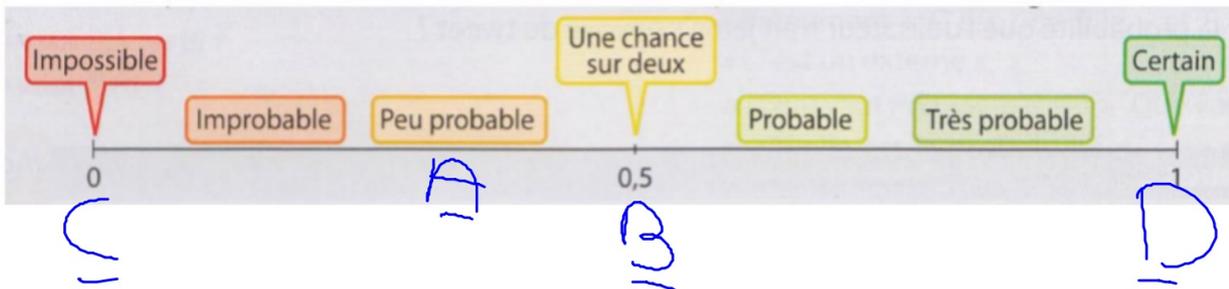
Situation 2 : le lancer d'un dé

On lance un dé équilibré à 6 faces et on regarde le nombre de points inscrit sur sa face supérieure.

Probabilités : Etude de la situation 2

Positionner les évènements suivants sur l'axe ci-dessous :

- Evènement A : obtenir 2
- Evènement B : obtenir un nombre pair
- Evènement C : obtenir 7
- Evènement D : obtenir un nombre entier



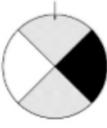
PROBABILITES

I) Expérience aléatoire, issues et évènements

1. Expérience aléatoire et issues

Définition : Une **expérience** est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** possibles et que l'on ne peut pas prévoir avec certitude quelle issue se produira.

On considère les 3 expériences aléatoires suivantes :

<p>Exemple 1 : On lance une pièce de monnaie équilibrée et on regarde sa valeur supérieure.</p>  <p>Issues possibles : pile, face</p>	<p>Exemple 2 : On lance un dé équilibré à 6 faces et on regarde le nombre de points inscrits sur sa face supérieure.</p>  <p>Issues possibles : 1; 2; 3; 4; 5; 6</p>	<p>Exemple 3 : On fait tourner une roue de loterie équilibrée, on attend qu'elle se stabilise et on regarde la couleur désignée par la flèche.</p>  <p>Issues possibles : blanc, noir, gris</p>
---	--	---

2. Évènements

Définition : Un **évènement** est une condition qui peut être ou ne pas être réalisée lors de l'expérience. Un évènement peut être réalisé par **aucune, une ou plusieurs issues** de l'expérience aléatoire. Un évènement réalisé par une seule issue est appelé **évènement élémentaire**.

<p>Dans l'exemple 1, l'évènement « obtenir pile » est <u>élémentaire</u></p>	<p>Dans l'exemple 2, l'évènement « obtenir un nombre pair » est réalisé pour les issues <u>2; 4; 6</u>. L'évènement « obtenir 4 » est <u>un évènement élémentaire</u></p>	<p>Dans l'exemple 3, l'évènement « obtenir gris » est réalisé <u>pour 2 secteurs de la roue</u>. Il n'est pas élémentaire.</p>
--	---	--

1 Pour chacune des expériences suivantes, dire s'il s'agit d'une expérience aléatoire.

Si oui, citer toutes les issues possibles.

a. Morgane a pris ce matin, au hasard, un élastique à cheveux dans un panier qui en contient 3 rouges, 2 bleus, 1 blanc et 4 noirs.

b. Noé dépose un sucre dans un récipient contenant 0,5 L d'eau, puis il observe et note ce qui se passe dans ce récipient.

c. Pour décider qui doit mettre la table, Mila et Hamid jettent une pièce de monnaie. Si celle-ci tombe sur « pile », c'est Hamid qui mettra la table, sinon c'est Mila.



p 209

a) expérience aléatoire car "au hasard".

issues : rouge, bleu, blanc, noir.

b) pas aléatoire. le sucre va se dissoudre.

c) expérience aléatoire car on ne peut pas prédire sur quelle face la pièce va tomber.

issues : pile ; face

Page 5

2 Pour chaque événement cité, décrire toutes les issues qui le constituent.

Indiquer, le cas échéant, s'il est impossible ou certain.

a. On lance un dé cubique non truqué à 6 faces numérotées de 1 à 6.

- Évènement A : « Obtenir un numéro inférieur à 4. »
- Évènement B : « Obtenir un numéro supérieur ou égal à 5. »
- Évènement C : « Obtenir un numéro égal à 7. »

b. On place des jetons dans un sac. Une lettre de l'alphabet est inscrite sur chaque jeton.

On choisit au hasard un jeton dans le sac.

- Évènement D : « Obtenir une voyelle. »
- Évènement E : « Obtenir une voyelle ou une consonne. »

→ Exercices

p 209

a) • A : issues : 1 ; 2 ; 3

• B : issues : 5, 6

• C : événement impossible (aucune issue ne le réalise).

b) • D = issues : A, E ; I, O, U, Y

• E : tous les jetons le réalise ⇒ événement certain

Page 6

10 Dans chaque cas, dire s'il s'agit ou non d'une expérience aléatoire.

p 212

- a. Jouer au loto. *Oui*
- b. Répondre à un QCM. *Non.*
- c. Tirer au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. *Oui*
- d. Tirer au hasard une perle dans un sachet ne contenant que des perles noires. \rightarrow *NON on connaît le résultat.*

11 Yann joue au Scrabble. Il pioche un jeton. On considère les événements suivants :

p 212

- V : « La lettre est une voyelle. »
 - P : « La lettre figure dans son prénom. »
 - R : « La lettre figure deux fois dans son prénom. »
- Citer toutes les issues qui constituent chacun des événements V, P et R.

V : a, e, i, o, u, y

P : Y, a, n

R : N. \Rightarrow événement élémentaire

12 On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.



p 212

1. a)
 b) 7*, 8*, 9*, 10*,
 dame*, roi*, valet*,
 as* de trèfle
 c) C'est un événement impossible.

1. Quelles sont les issues qui constituent :
 - a. l'évènement A : « La carte est un roi » ?
 - b. l'évènement B : « La carte est un trèfle » ?
2. Que peut-on dire de l'évènement « La carte est un 3 » ?

Expérience aléatoire : vocabulaire

29 On lance un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'évènement « obtenir un multiple de 3 » est :

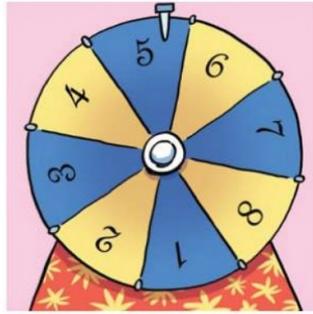
30 Martin et Neela jouent à pile ou face. Neela dit : « Face, tu perds. Pile, je gagne. » L'évènement « Martin gagne » :

	A	B	C	D
29	certain.	impossible.	réalisé par deux issues. 3, 6	réalisé par trois issues.
30	est certain.	est impossible.	a une chance sur deux de se réaliser.	a une chance sur quatre de se réaliser.

p 216

29 p 216 : C.
 2 issues : 3 et 6
 30 p 216 : B

36 Un forain fait tourner une roue de loterie partagée en huit secteurs identiques numérotés de 1 à 8.



p 217

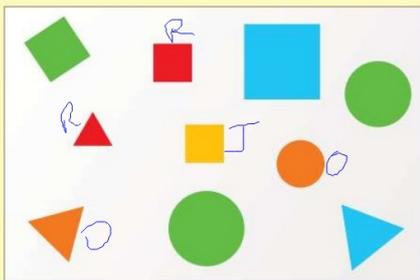
1. Donner toutes les issues possibles qui correspondent aux évènements suivants :

- A : « Obtenir un nombre pair. » = les secteurs jaunes (ou 2, 4, 6, 8)
- B : « Obtenir un multiple de 3. » : 3 et 6
- C : « Obtenir un nombre supérieur à 4 et impair. » : 5 et 7

2. Dans le cadre de cette expérience aléatoire, décrire :

- a. un évènement certain ; "obtenir un nombre entier?"
- b. un évènement impossible. "obtenir 10?"

7 Un enfant prend au hasard, sans regarder, une gomme sur la planche suivante.



p 212

a. On s'intéresse à la couleur des gommettes. Citer toutes les issues possibles.

b. On considère les évènements suivants :

- R : « La gomme est de couleur rouge. » *carre rouge, triangle rouge*
 - C : « La gomme a une forme carrée. » *carre vert, carre rouge, carre jaune, carre bleu.*
- Citer toutes les issues constituant l'évènement R, puis l'évènement C.

c. Les évènements suivants sont-ils certains ou impossibles ?

- G : « La gomme est une figure géométrique. » *certain*
- N : « La gomme est de couleur noire. » *impossible*
- D : « La gomme est un disque. » *ni certain, ni impossible.*

8**QCM**

Jordan lance une pièce d'un euro cinq fois de suite ; elle tombe sur « pile » à chaque fois.

Il relance la pièce une nouvelle fois. Alors :

- a. elle va tomber sur « pile » à coup sûr.
- b. elle va tomber sur « face » à coup sûr.
- c. on ne peut pas prévoir l'issue de ce lancer.

p 212**21****loterie** ■ ■ ■

MODÉLISER avec le langage mathématique.

À la loterie de la fête foraine, le forain interpelle :

« Allez les jeunes, venez tenter votre chance.

Un ticket sur deux est gagnant ! »



Entendant cela, Ilias dit : « Super, si on achète deux tickets, on est sûr de gagner ! »

► Que peut-on penser de cette affirmation ?

Ce n'est pas vrai.

p 214

EXPERIENCE ALEATOIRE, ARBRE DES POSSIBLES ET PROBABILITES

Analyse du film

Répondre au questionnaire suivant :

1. Indiquer les différentes issues (résultats) que peut obtenir Alan Turing après les deux lancers de la pièce

pile et pile ; pile et face ; face et pile ; face et face

2. Proposer au moins un autre exemple d'expérience aléatoire que tu connais et les différentes issues (résultats) possibles sur l'on peut obtenir en faisant cette expérience.

expérience avec un dé : obtenir la face 1.

3. Dessiner l'illustration de la vidéo permettant de modéliser les deux tirages de la pièce de monnaie. On appelle ce modèle un arbre des possibles (ou arbre aléatoire)



<http://education.francetv.fr/matiere/mathematiques/sixieme/video/petits-contes-mathematiques-les-probabilites>

Page 15

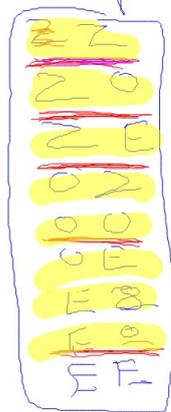
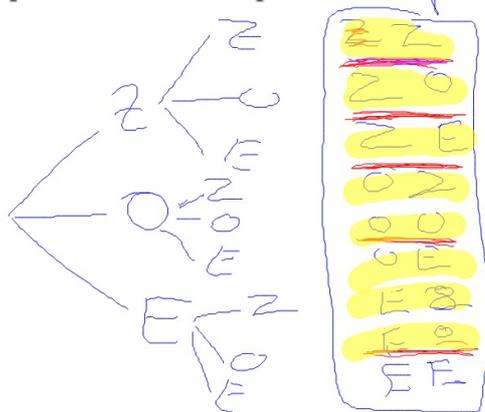
Sur le même modèle

Zoé veut trouver un code pour son cadenas à deux lettres. Pour cela elle décide d'utiliser seulement deux des lettres de son prénom, elle peut choisir deux fois le même caractère.

1. Quelle est l'expérience aléatoire ?

Choisir 2 lettres qui peuvent se répéter parmi celles du prénom de Zoé

2. Représenter l'arbre des possibles.



Toutes les issues

3. Quelles sont les issues possibles ?

ZZ, ZO, ZE, OZ, OO, OE, EZ, EO, EE

Page 16

4. Imaginons que Zoé ne se rappelle plus de son code, quelle sera alors la probabilité associée à l'évènement :

a. A : « Trouver le bon code ? »

9 issues au total et 1 seul bon code donc $p(A) = \frac{1}{9}$

b. B : « Avoir les bons caractères mais pas dans le bon ordre ? »

$p(B) = \frac{1}{9}$

c. C : « Avoir au moins un bon caractère au bon endroit ? »

$p(C) = \frac{8}{9}$

d. D : « Avoir au moins un bon caractère ? »

$p(D) = \frac{8}{9}$

II) Probabilité d'un évènement

1. Définition

Définition : La probabilité d'un évènement peut s'interpréter comme la « proportion de chance » que cet évènement se réalise. La **probabilité d'un évènement E se note $p(E)$** .

Dans l'exemple 1, La probabilité de l'évènement P : « obtenir pile » est $\frac{1}{2}$

Dans l'exemple 2, la probabilité de l'évènement A : « obtenir 6 » est $\frac{1}{6}$

Dans l'exemple 3, la probabilité de l'évènement G : « obtenir gris » est $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2. Propriétés

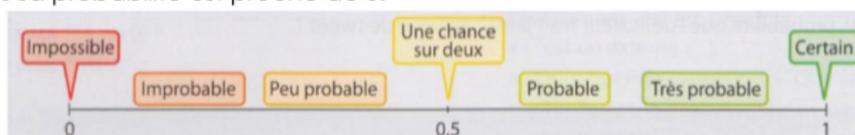
Propriétés :

- La **probabilité d'une issue** est un **nombre compris entre 0 et 1**
- La **somme des probabilités** de toutes les issues d'une expérience aléatoire est **égale à 1**.

Remarque : une probabilité peut s'exprimer sous forme d'écriture décimale, fractionnaire, de pourcentage

3. Evènement certain, impossible

Plus un évènement a de chance de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 1, moins il a de chance de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 0.



4. Situation d'équiprobabilité

Définition : Lorsque **chaque issue** d'une expérience aléatoire a la **même probabilité** de se réaliser on dit que la situation est **équiprobable** ou qu'il y a **équiprobabilité**.

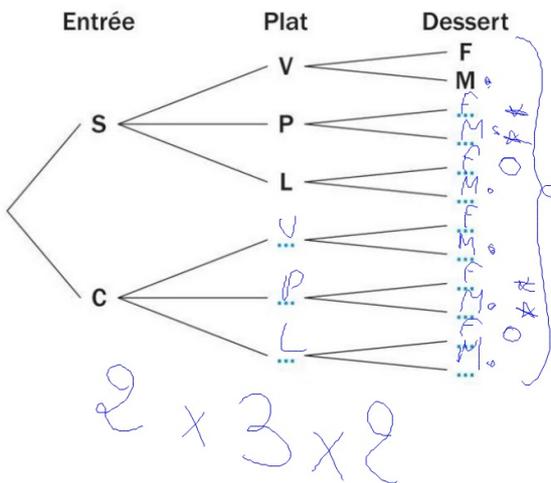
Dans les exemples 1 et 2, on est dans des situations d'équiprobabilité.

20 p 214

Dans un restaurant, au menu, le chef propose aux clients :

- deux entrées : salade (S) ou charcuterie (C) ;
- trois plats : viande (V) ou poisson (P) ou lasagnes (L) ;
- deux desserts : fruits (F) ou mousse au chocolat (M) ;

1. a. Reproduire l'arbre suivant et le compléter pour obtenir tous les menus possibles.



b. Combien de menus différents le chef peut-il servir aux clients ?

2. Quelle est la proportion de menus possibles comportant :

- a. une salade ?
- b. une mousse au chocolat ?
- c. du poisson ?
- d. à la fois des lasagnes et des fruits ?

2. a) $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

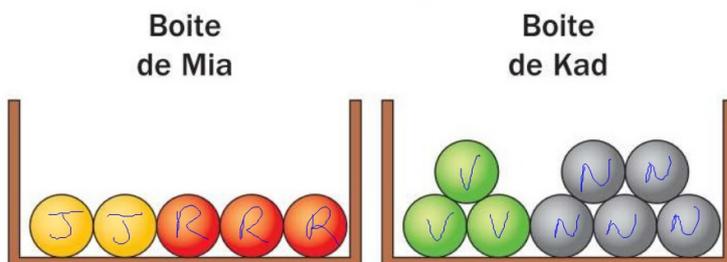
d) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

22 p 214

CALCULER avec différentes procédures.

Mia et Kad ont chacun une boîte contenant des boules colorées. Chacun d'eux tire une boule dans sa boîte, sans regarder.

Mia gagne si elle tire une boule jaune et Kad gagne s'il tire une boule verte.



► Qui a le plus de chances de gagner ?

$p(\text{Mia}) = \frac{2}{5}$, $p(\text{Kad}) = \frac{3}{8}$

$p(\text{Mia}) = \frac{2 \times 8}{5 \times 8} = \frac{16}{40}$

$p(\text{Kad}) = \frac{3 \times 5}{5 \times 8} = \frac{15}{40}$

$p(\text{Mia}) > p(\text{Kad})$
 donc c'est Mia

DÉFI!

23 10 chaussettes noires, 8 chaussettes rouges et 6 chaussettes blanches sont mélangées dans un tiroir. Il fait noir dans la pièce.

► Combien de chaussettes doit-on prendre au minimum pour être certain d'avoir deux chaussettes de la même couleur ? Justifier.

Il faut au minimum 4 chaussettes.
Car avec 4 chaussettes il y en aura au moins 1 rouge, 1 noir, 1 blanche et la dernière chaussette fera au moins 1 paire.

p 214