PROPORTIONNALITE

I) Reconnaître une situation de proportionnalité

1) Grandeurs proportionnelles

Définition : Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé ***coefficient de proportionnalité***.

Exemple : Voici un tableau qui donne le prix d'un plein d'essence en fonction de la quantité servie :

Quantité Q (en L)	10	15	25
Prix P (en €)	12	18	30

Ce tableau décrit-il une situation de proportionnalité ?

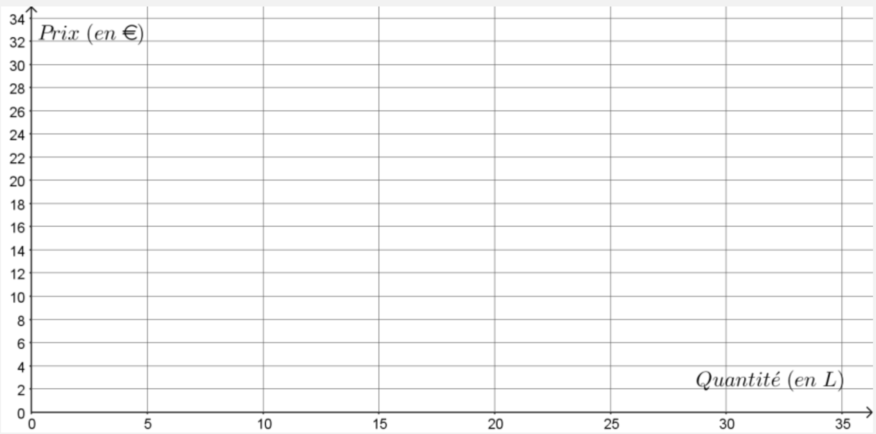
Propriété : Dans un tableau, on reconnaît une **situation de proportionnalité** lorsque **tous les quotients sont égaux**, c'est-à-dire lorsqu'il existe un **coefficient de proportionnalité**. C'est alors un **tableau de proportionnalité.**

2) Représentation graphique

Propriétés :

- Toute ***situation de proportionnalité*** se représente graphiquement par des ***points alignés avec l'origine du repère***
- Tout graphique dont les ***points sont alignés par rapport à l'origine du repère*** représente une ***situation de proportionnalité***

Exemple : Construire le graphique représentant le tableau de proportionnalité de l'exemple du cours.



En abscisse :

En ordonnée :

II) Calculer une quatrième proportionnelle

Résoudre un problème de proportionnalité consiste généralement à calculer un nombre manquant à partir de trois nombres connus. Le nombre manquant est appelé **quatrième proportionnelle**.

Exemple 2 :
On suppose que le prix du lait est proportionnel au volume vendu.
Sachant que 6 litres de lait coûtent 5,40 € :

1) Combien coûtent 7 litres de lait ?
2) Combien coûtent 12 litres de lait ?
3) Combien coûtent 13 litres de lait ?
4) Combien coûtent 11 litres de lait ?

1) Coefficient de proportionnalité et passage à l'unité

Quantité (en litres)	6	7	**…………………. est proportionnel à ……………………………..**
Prix (en €)	5,4	x	

Méthode : On utilise le coefficient de proportionnalité :

Le coefficient de proportionnalité k est égal à : $k = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$ Donc $x = 7 \times k =$

Conclusion : ……………………………………………………………………………………………………

2) Utiliser la propriété d'homogénéité de la proportionnalité

Quantité (en litres)	6	12	**…………………. est proportionnel à ……………………………..**
Prix (en €)	5,4	x	

Méthode : On utilise la propriété d'homogénéité de la proportionnalité :

On observe que : $6 \times \dots\dots = 12$ Donc : $x = 5{,}4 \times \dots\dots$

Conclusion : ……………………………………………………………………………………………………

3) Utiliser la propriété d'additivité de la proportionnalité

Quantité (en litres)	6	7	13	**………….. est proportionnel à ……………………………..**
Prix (en €)	5,4	…	x	

Méthode : On utilise la propriété d'additivité de la proportionnalité :

On observe que : $13 = .\dots..+.\dots.. = 12$ Donc : $x = .\dots..+.\dots.$

Conclusion : ……………………………………………………………………………………………………

4) Utiliser l'égalité des produits en croix

Quantité (en litres)	6	11	**…………………. est proportionnel à ……………………………..**
Prix (en €)	5,4	x	

Méthode : On utilise la propriété des produits en croix :

On a : $\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$. Comme ………….×…………. = ………….×………….

Donc : $x = \frac{\cdots\cdots\times\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

Conclusion : …………………………………………………………………………………………………

En fonction de l'exercice, on choisit la méthode la plus adaptée.

Propriété : a, b, c et d sont quatre nombres non nuls.

- **Si** $\begin{array}{|c|c|}\hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline\end{array}$ est un **tableau de proportionnalité**, **alors** …………………..
- **Si** ……………………… , **alors** $\begin{array}{|c|c|}\hline a & c \\ \hline b & d \\ \hline\end{array}$ est un **tableau de proportionnalité**.

III) Pourcentage - Echelle

1) Déterminer un pourcentage

Un **pourcentage** est un nombre qui peut représenter un **coefficient de proportionnalité**.

Propriété : p désigne un nombre positif.

Calculer p % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par ……………………

Exemple 3 : Dans une classe de 25 élèves, 10 élèves sont des filles. Quelle est la proportion, en pourcentage de filles dans cette classe.

2) Appliquer un pourcentage

Exemple 4 : On estime à 15% la proportion de gauchers en France. Selon ces statistiques, dans une classe de 22 élèves, combien de gauchers doit-on s'attendre à avoir ?	Exemple 5 : En vitrine, le prix d'une robe de 32 € est soldé « - 20% ». Quel est le prix soldé de cette robe ?

3) Proportionnalité et échelle

Définition : L'échelle d'un plan est le **coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles, exprimées avec la même unité** : $\frac{distance\ sur\ le\ plan}{distance\ réelle}$

Exemple 6 : Un plan a une échelle de 1/500. On a mesuré une distance de 6,4 cm sur le plan, à quelle distance en réalité cela correspond-t-il ?	Exemple 7 : Si sur une carte 2 cm représentent 10 km en réalité. Quelle est l'échelle de cette carte ?

IV) Proportionnalité et grandeurs composées

1) Grandeur produit

Définition : Une grandeur produit est une grandeur obtenue en effectuant le produit de deux grandeurs.

Exemples : L'aire d'un rectangle est le produit de la largeur de ce rectangle par la longueur : $A = L \times l$

2) Grandeur quotient

Définition : Une grandeur quotient est une grandeur obtenue en effectuant le quotient de deux grandeurs.

Exemple : La vitesse moyenne d'une automobile, exprimée en km/h correspond à la distance parcourue pendant une unité de temps (ici l'heure) : $v = \frac{d}{t}$

Remarque : Lorsqu'on effectue des calculs sur des grandeurs produit ou quotient il faut faire attention aux unités : exemple : $v = 30\ km/h = \frac{30\ km}{1\ h} = \frac{30\ 000\ m}{60\ min} = 500\ m/min$