1 Écrire les produits suivants sous la forme d'une puissance. p 63

$A = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$ $\quad B = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$ $\quad C = (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6)$

$A = 9^5$ $\quad B = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^4}{5^4}$ $\quad C = (-6)^6$

$= 6^6$

2 Calculer.

a. 3^4 **b.** $(-3)^4$ **c.** -3^4 **d.** 3^{-4} **e.** $(-3)^{-4}$ **f.** -3^{-4}

$A = 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$

$= 9 \times 9 =$

$= 81$

B) $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

$= (9) \times (9)$

$= 81$

c) -3^4

$-3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= -9 \times 9$

$= -81.$

d) 3^{-4}

$= \frac{1}{3^4}$

$= \frac{1}{81}.$

$$(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$$

$$\underbrace{-3}^{-4} = -\frac{1}{3^4}$$

ACTIVITE 1 : PROPAGATION D'UNE BACTERIE

Un laboratoire fait des recherches sur le développement d'une population de bactéries.

On a observé que le nombre de bactéries a été multiplié par 3 toutes les heures à partir du moment où l'étude a commencé.

Par combien le nombre initial de bactéries a-t-il été multiplié au bout de 24 heures ?

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Heure 0 : $1 = 3^0$ $\times 3$

Heure 1 : $3 = 3^1$ $\times 3$

Heure 2 : $3 \times 3 = 9 = 3^2$ $\times 3$

$3^2 \times 3 = 3^3$

Heure 3 : $9 \times 3 = 27 = 3^3$

⋮

Heure 24 : $1 \times \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{24 \text{ facteurs}} = 3^{24}$

$3^4 \times 3^2 = 3^6$

Au bout de 24 heures on aura 3^{24} bactéries.

Règles de calcul :

$3^0 = 1$. par convention

$3^1 = 3$

$3^5 = \underbrace{3 \times 3 \times \ldots \times 3}_{5 \text{ facteurs}}$

$3^n \times 3 = 3^{n+1}$

$3^2 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

PUISSANCES

I. Puissances entières d'un nombre relatif

1. Exposant positif

Définition : a désigne un nombre relatif et n un nombre entier avec $n \geq 2$

Le produit $\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\, facteurs}$ de n facteurs égaux à a est une puissance de a

On note a^n (lire « a puissance n ou a exposant n)

Exemple : $2^4 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4\, facteurs} = 16$

Calculatrice $\boxed{2}$ $\boxed{x^■}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

$\boxed{2}$ $\boxed{x^\wedge}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

Conventions :

- Pour tout $a \neq 0$, $a^0 = 1$
- $a^1 = a$

Remarque : a^2se lit « a au carré » et a^3 se lit « a au cube ».

2. Exposant négatif

Définition : a désigne un nombre relatif non nul et n un nombre entier

a^{-n} désigne l'inverse de a^n : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Remarque : Pour tout $a \neq 0$, $a^{-1} =$ donc a^{-1} est une autre écriture de l'inverse de a.

$a^{-1} = \frac{1}{a}$

Exemple : $3^{-6} = \frac{1}{3^6}$

Calculatrice : $\boxed{x^{\blacksquare}}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{x^n}$ $\boxed{-}$

18 Répondre sous la forme d'une puissance. Combien vaut :

a. le double de 2^7 ?
b. le carré de 4^5 ?
c. le triple de 3^8 ?
d. la moitié de 2^{15} ?
e. le cube de 10^4 ?
f. le quart de 2^{20} ?

p 66.

a. $2^7 \times 2 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^8$
$= 2^{7+1}$

$\cancel{4^7 = 4\times4\times4\times4\times4\times4\times4}$

b. $(4^5)^2 = 4^5 \times 4^5 = 4^{5+5} = 4^{5\times2} = 4^{10}$

c. $3^8 \times 3 = 3^{8+1} = 3^9$

3^1

17 Pour chaque nombre, indiquer s'il est positif ou négatif.

~~a.~~ $(-7)^2$ ~~b.~~ $(-8)^3$ ~~c.~~ 6^8 ~~d.~~ $(-12)^1$

~~e.~~ -5^4 ~~f.~~ $\dfrac{(-3)^4}{(-2)^6}$ g. $(-4)^2 \times (-13)^3$

$$\underbrace{\underbrace{(-4)^2}_{+} \times \underbrace{(-13)^3}_{-}}_{-}$$

positif | négatif

a. $(-7)^2 = \underbrace{(-7)\times(-7)}_{+}$

b. $(-8)^3 = \underbrace{\underbrace{(-8)\times(-8)}_{+}\times(-8)}_{-}$

c.

d. $(-12)^1 = (-12)$

e) $-5^4 = -5\times5\times5\times5$

f.

g

ACTIVITE 2 : LES BACTERIES (SUITE)

Un antibiotique bactéricide est une molécule qui détruit la croissance des bactéries. On appelle CMB la Concentration Minimale Bactéricide.

Dans certaines conditions (notamment à 37°C), si on injecte cette quantité minimale bactéricide dans une souche infectée la population de bactéries est divisée à chaque heure par 1,67.

Expliquer pourquoi au bout de 18h de culture, l'antibiotique laisse moins de 0,01% de survivants de la population microbienne. On dit que cette valeur caractérise l'effet bactéricide d'un antibiotique.

H0 = 100 bactéries

$: 1,67$

H1 $= 100 : 1,67 = 100 \times 1,67^{-1}$

H2 : $\dfrac{100}{1,67^2} = 100 \times 1,67^{-2}$

⋮

H8 : $\dfrac{100}{1,67^8} = 100 \times 1,67^{-8}$

d. $2^{15} : 2 = \underbrace{2 \times \ldots \times \cancel{2}}_{15 \text{ facteurs}} : \cancel{2} = 2^{15-1} = 2^{14}$

e. $(10^4)^3 = 10^4 \times 10^4 \times 10^4 = 10^{4+4+4} = 10^{4 \times 3}$
$= 10^{12}$

f. $2^{20} : 4 = 2^{20} : 2^2 = 2^{20-2}$
$= 2^{18}$

BILAN .

$3^4 \times 3^3 = 3^{4+3} = 3^7$ | $(3^2)^9 = 3^{2 \times 9} = 3^{18}$

$3^5 : 3^2 = 3^{5-2} = 3^3$

#18 :

$\boxed{(-)}$

$\frac{100}{1,67^{18}} = 100 \times 1,67^{-18}$

$\simeq 0,0098\ldots < 0,01$

$\simeq 9,8 \times 10^{-3}$

4 Écrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance.

a. $10^4 \times 10^3$ **b.** $4^7 \times 4^2$ **c.** $(-5)^3 \times (-5)^{-2}$ **d.** $7^1 \times 7^3 \times 7^{-3}$

e. $\dfrac{10^4}{10^3}$ **f.** $\dfrac{4^7}{4^2} = 4^7 \times 4^{-2} = 4^5$ **g.** $\dfrac{(-5)^3}{(-5)^{-2}} = (-5)^3 \times (-5)^2 = (-5)^5$ **h.** $\dfrac{7^1 \times 7^3}{7^{-3}} = 7^4 \times 7^3 = 7^7$

i. $(10^4)^3 = 10^{4\times 3} = 10^{12}$ **j.** $(4^7)^2 = 4^{14}$ **k.** $((-5)^3)^{-2} = (-5)^6$ **l.** $(\underbrace{7^1 \times 7^3}_{})^{-3}$

$10^4 \times 10^4 \times 10^4$

$(7^4)^{-3} = 7^{-12}$

a) $10^7 = 10^{4+3}$

b) 4^9

c) $(-5)^{3+(-2)} = (-5)^1 = -5$

d) $7^{1+3-3} = 7^1 = 7$

e) $10^4 \times 10^{-3} = 10^1 = 10$

II. Puissances de 10 et préfixes

n désigne un entier positif non nul

1. Puissances de 10

Propriétés :

- 10^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à 10 : $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0\dots0}_{n \text{ zéros}}$
- 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n : $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = \underbrace{0,0\dots0}_{n \text{ zéros}}1$

Exemples :

- $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$
- $10^{-4} = \dfrac{1}{10^4} = 0,000\,1$

$6 \wedge 63 + 36 \wedge 67$

6 **a.** Quelle est la moitié de 2^{40} ? **b.** Quel est le double de 2^{40} ?
c. Quel est le cube du carré de 2 ? **d.** Quel est le $\underbrace{\text{carré}}_{2}$ du $\underbrace{\text{cube}}_{3}$ de 2 ?

a. $\frac{2^{40}}{2} = 2^{39} = 2^{40-1}$

b. $2^{40} \times 2 = 2^{41}$

c. $(2^2)^3 = 2^{2\times3} = 2^6$

d. $(2^3)^2 = 2^{3\times2} = 2^6$

36 Le corps d'un adulte est composé de soixante-mille-milliards de cellules dont deux-cent-milliards se renouvèlent chaque jour.

▶ Calculer le pourcentage de cellules qui se renouvèlent chaque jour. Arrondir le résultat au centième.

proportion $q^{té} = \frac{q^{té}}{\text{TOTAL}}$

$$p = \frac{200\ 000\ 000\ 000}{60\ 000\ 000\ 000\ 000} = \frac{200 \times 10^9}{60 \times 10^{12}} = \frac{2\times10^{11}}{6\times10^{13}}$$

$\simeq 0{,}33\ \%$

22 Calculer. ↑ 66.

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ b. $\left(\frac{-1}{4}\right)^4$ c. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ d. $\left(\frac{-1}{4}\right)^0 = 1$

e. $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ f. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ g. $\left(\frac{-3}{5}\right)^3$ h. $-\left(\frac{3}{5}\right)^0 = -1$

a) $\frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{16}$

b) $\left(\frac{-1}{4}\right)^4 = \frac{(-1)^4}{4^4} = \frac{1}{256}$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \underbrace{\left(\frac{1}{4}\right)^{2\times(-1)}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{-1} = \frac{16}{1}$

a

$\left(-\frac{1}{4}\right)^{-4} = \frac{256}{1} = 256$

e) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

$\shortparallel$

$\frac{3^3}{5^3}$ ✗

l'inverse du précédent

f) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \frac{125}{27}$

g) $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{5^3} = \frac{-27}{125}$

27 Recopier et compléter les pointillés.   ↑ 67.

a. $2^{\cdots} \times 2^5 = 2^{-4}$ b. $\dfrac{4^{13}}{4^{\cdots}} = 4^{-1}$

c. $(3^2)^{\cdots} \times 3^4 = 3^{-2}$ (d. $\ldots^4 \times 7^4 = 21^4$)

a) $2^{?} \times 2^5 = 2^{-4} = 2^{?+5} = 2^{-4}$

$? + 5 = -4$) -5

$? = -4 - 5$

$? = -9.$

~~$2^2 \times 2^3 \ldots$~~

~~$2^{-3} \times 2^5 = 2^{-3+5} =$~~

$\underbrace{2^x \times 2^5}_{} = 2^{-4}$

$2^{x+5} = 2^{-4}$

b) $\underbrace{\dfrac{4^{13}}{4^{14}}}_{\downarrow} = 4^{-1}$

$4^{13-14} = 4^{-1}$

on cherche $13 - 14 = -1$

c) $\underbrace{(3^2)^x \times 3^4}_{\downarrow} = 3^{-2}$

$3^{2 \times x + 4} = 3^{-2}$

On résoud :

$2x + 4 = -2$

$2x = -6$) -4

$x = -6 : 2 = -3$) $:2$

III. Calculs et notations

1. Règles de calcul

Propriétés : m, n désignent des nombres entiers relatifs.

- $a^m \cancel{\times} a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Exemple :

$10^3 \times 10^{-4} = 10^{3+(-4)}$ $= 10^{-1}$ $= 0{,}1$	$\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5} = 10^2$ $= 100$	$(10^6)^3 = 10^{6\times3} = 10^{18}$

5 Écrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance.

a. $2^5 \times 5^5$ b. $(-3)^4 \times 2^4$ $(-6)^4$ c. $10^{-7} \times 2^{-7}$ 20^{-7} d. $(-2)^{-3} \times (-3)^{-3}$ 6^{-3}

e. $\frac{2^5}{5^5} = 0{,}4^5$ f. $\frac{(-3)^4}{2^4}$ $(-1{,}5)^4$ g. $\frac{10^{-7}}{2^{-7}} = 5^{-7}$ h. $\frac{(-2)^{-3}}{(-3)^{-3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

a. $2^5 \times 5^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \underbrace{2 \times 5}_{n°1} \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

n°2

$= (2 \times 5)^5$

$= 10^5$

$2^4 \times 3^4 = (2 \times 3)^4 = 6^4$

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$

f)

21 Calculer.

a. 5^2 b. 5^{-2} c. $(-5)^2$ d. -5^2

e. $(-0,4)^3$ f. $0,4^{-3}$ g. $-0,4^3$ h. $(-0,4)^{-3}$

i. 0^3 j. 3^1 k. $(-3)^1$ l. -3^1

p 66.

• Activité 3 feuille.

21 Calculer.

a. 5^2 b. 5^{-2} c. $(-5)^2$ d. $-5^2 = -5\times5 = -25$

p 66

e. $(-0,4)^3$ f. $0,4^{-3}$ g. $-0,4^3$ h. $(-0,4)^{-3}$

i. $0^3 = 0$ j. $3^1 = 3$ k. $(-3)^1 = -3$ l. $-3^1 = -3$

a) 25 b) $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ c) $(-5)\times(-5) = 25$

e) $(-0,4)^3 = -0,064$

f) $0,4^{-3} = \frac{1}{0,064}$

g) $-0,4^3 = -0,064$

h) $(-0,4)^{-3} = \frac{1}{-0,064}$

ACTIVITE 3 : DE L'INFINIMENT GRAND A L'INFINIMENT PETIT

L'INFINIMENT GRAND

En informatique, l'information est codée à partir de bits, qui ne prennent que deux valeurs : 0 et 1. Un octet est un regroupement de 8 bits.
Combien d'informations différentes peuvent être codées sur un octet ?

Les capacités de stockage des mémoires informatiques (disques durs, clés USB …) utilisent un grand nombre d'octets. Cela conduit à utiliser des multiples de l'octet.
Quelle est la capacité, en octets : d'une clé USB de 10 Go ? d'un CD de 800 Mo ? d'un disque dur externe de 1 To ?

L'INFINIMENT PETIT

Qu'est-ce-que les nanotechnologies ? nm $1 nm = 10^{-9} m$
Donner les ordres de grandeurs des éléments suivants : une cellule ? un atome d'hydrogène ? $pm = 10^{-12}$

micromètre : $\mu m = 10^{-6} m$

$10\ Go = 10 \times 10^9$ octets
$= 10^{10}$ octets

$800\ Mo = 8 \times 10^8$ octets
$1\ Mo = 10^6$ octets
$1\ ko = 10^3$ octets

$1\ To = 10^{12}$ octets
$= 10^3\ Go$

2. Préfixes

On utilise des préfixes pour simplifier le nom et l'écriture de mesures exprimées en puissances de 10.

Préfixe	Téra	Giga	Méga	Kilo	Unité	Mili	Micro	Nano	Pico
Symbole	T	G	M	k		m	μ	n	p
Puissance de 10	10^{12}	10^9	10^6	10^3	$10^0 = 1$	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Exemples : Une clé USB ayant une capacité de 4 Go (giga octet) dispose d'un « espace mémoire » de
4×10^9 octets $= 4 \times 10^3$ Mo

Le diamètre d'un cheveu est de l'ordre de 50 à 100 µm c'est-à-dire qu'il a un diamètre compris entre

- entre 50×10^{-6} m et 100×10^{-6} m
- entre 50×10^{-3} mm et 100×10^{-3} mm

2. Notation scientifique

Définition : La notation scientifique d'un nombre décimal strictement positif est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$, où :

- a est un nombre décimal compris entre 1 et 10 exclu ($1 \leq a < 10$)
- n est un entier relatif

Exemple : Quelle est la notation scientifique de 10,62 ; 0,005 ?

$10{,}62 =$ $1{,}062 \times 10^{1}$

$0{,}005 =$ 5×10^{-3}

3. Ordre de grandeur et encadrement

Exemple : Soient $A = 32\,657\,000$ et $B = 0{,}000\,486$.

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur

Ordre de grandeur du produit de A par B est $A \times B \approx$

19 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

a. 138 400 **b.** 0,051 1 **c.** 9,85
d. 0,000 087 **e.** $3 \times 10^{-5} \times 40 \times 10^{7}$
f. $3 \times 10^{7} + 98 \times 10^{7}$ **g.** $\dfrac{72 \times 10^{72}}{4 \times 10^{4}}$

p 66

a) $138\,400 = 1{,}384\cancel{000} \times 10^{5}$

b) $0{,}0511 = 5{,}11 \times 10^{-2}$

c) $9{,}85 = 9{,}85 \times 10^{0}$

d) $0{,}000087 = 8{,}7 \times 10^{-5}$

19 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

a. 138 400 **b.** 0,051 1 **c.** 9,85

d. 0,000 087 **e.** $3 \times 10^{-5} \times 40 \times 10^{7}$

f. $3 \times 10^{7} + 98 \times 10^{7}$ **g.** $\dfrac{72 \times 10^{72}}{4 \times 10^{4}}$

p 66

$$3 \times 10^{-5} \times 40 \times 10^{7} = 120 \times 10^{2}$$

$$10^{-5} \times 10^{7} = 10^{2} = 10^{(-5+7)}$$

$$3 \times 40 = 120$$

$$120 \times 10^{2} = 1{,}2 \times 10^{4}$$

$$\frac{72 \times 10^{72}}{4 \times 10^{4}} = \frac{72}{4} \times \frac{10^{72}}{10^{4}} = 18 \times 10^{68}$$

$$= 1{,}8 \times 10^{1} \times 10^{68}$$

$$= 1{,}8 \times 10^{69}$$

$$120 \times 10^2 = 1{,}2 \times 10^2 \times 10^2 = 1{,}2 \times 10^4$$

$$3 \times 10^7 + 98 \times 10^7$$

① $30\,000\,000 + 980\,000\,000 =$

$1\,010\,000\,000 = 1{,}01 \times 10^9$

② $(3 + 98) \times 10^7 = 101 \times 10^7$

$= 1{,}01 \times 10^9$

20 Pour enregistrer un film de 2 h sur un disque dur, il faut un espace de 700 Mo.

▶ Combien de films de 2 h peut-on enregistrer sur un disque dur de 500 Go ?

p 66

1 film $\longrightarrow$ 700 Mo

x films $\longrightarrow$ 500 Go $= 500 \times 10^3$ Mo

Soit x le nombre de films.

On a :

$$x = \frac{1 \times 500 \times 10^3}{700} \simeq 714 \ldots$$

28 Écrire sous la forme d'une seule puissance.

a. $2^{16} \times 4^{16}$ **b.** $16^2 \times 16^4 = 16^{2+4} = 16^6$ **c.** 27×3^{-4}

d. $(-3)^4 \times \underbrace{3^2 \times 3}$ **e.** $3^5 \times \underbrace{10^2 \times 10^3} = 3^5 \times 10^5 = (3\times 10)^5 = 30^5$

f. $0{,}5^3 \times 2^{-4} \times 4^3$ **g.** $\dfrac{6^{10} \times 3^8}{2^{10}}$

a. $2^{16} \times 4^{16} = (2\times 4)^{16} = 8^{16}$

c) $3^3 \times 3^{-4} = 3^{-1} = \dfrac{1}{3}$

d) $\underbrace{(-3)^4}_{=3^4} \times 3^3 = 3^7$

f) $0{,}5^3 \times 2^{-4} \times 4^{+3} = (2^{-1})^3 \times 2^{-4} \times (2^2)^3 =$

$0{,}5 = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$ $= 2^{-3} \times 2^{-4} \times 2^6$

$4 = 2$

$= 2^{-1}$

g) $\dfrac{6^{10} \times 3^8}{2^{10}} = \left(\dfrac{6}{2}\right)^{10} \times 3^8 = 3^{10} \times 3^8$

$= 3^{18}$

8 Donner la notation scientifique des nombres suivants.

a. 2 094,35 **b.** $\underbrace{0,5}_{-1} \times 10^4$ **c.** $2,34 \times 10^2$ **d.** $\underbrace{21,7}_{\hookrightarrow 2,17 \times 10^1} \times 10^1$ **e.** $9,27 + 10^2$

p 63

a) $2\,094,35 = 2,09435 \times 10^3$

b) $5,0 \times 10^3 = 5 \times \underbrace{10^{-1} \times 10^4}$

c) déjà en notation scientifique.

d) $2,17 \times 10^2$

e) $9,27 + 10^2 = 9,27 + 100 = 109,27$

$2 + \underbrace{2 \times 10^{-1}}_{0,2} + \underbrace{3 \times 10^{-3}}_{0,003} =$

$2 + 0,2 + 0,003 = 2,203$

$= 2,203 \times 10^0$

$10 = 1 \times 10^1$

3. Ordre de grandeur et encadrement

Exemple : Soient $A = 32\,657\,000$ et $B = 0{,}000\,486$.

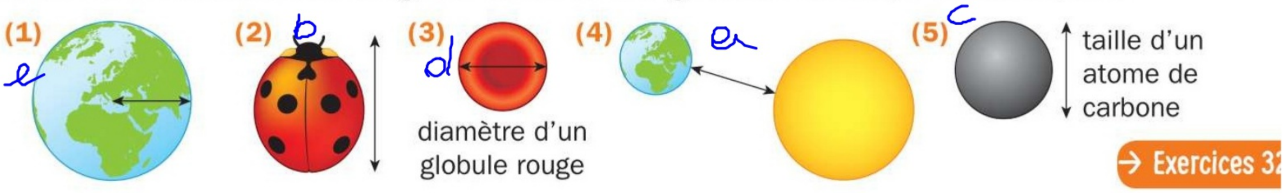
Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
A	$3{,}2657000 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	
B	$4{,}86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} < B < 10^{-3}$	

Ordre de grandeur du produit de A par B est $A \times B \approx$

9 **1.** Convertir en m chaque distance, en donnant le résultat en notation scientifique.

a. 150 000 000 km **b.** 5 mm **c.** 0,14 nm **d.** 7 µm **e.** 6 400 km

2. Associer chacune des images ci-dessous à la grandeur du **1.** qui lui correspond.



1. a) $150\,000\,000 \text{ km} = 1{,}5 \times 10^8 \text{ km}$

$1{,}5 \times 10^8 \text{ km} = 1{,}5 \times 10^8 \times 10^3 \text{ m}$

$= 1{,}5 \times 10^{11} \text{ m}$

b) $5 \text{ mm} = 0{,}005 \text{ m} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$

p 63

$$0,14\,mm = 0,14 \times 10^{-9}\,m =$$

$$= 1,4 \times 10^{-1} \times 10^{-9}\,m$$

$$= 1,4 \times 10^{-10}\,m.$$

$$7\,\mu m = 7 \times 10^{-6}\,m =$$

$$6\,400\,km = 6\,400 \times 10^{3}\,m$$

$$= 6,4 \times 10^{3} \times 10^{3}\,m$$

$$= 6,4 \times 10^{6}\,m.$$

69 Écrire les nombres suivants à l'aide d'une seule puissance.

a. $(10^8)^{-4} \times 10^{10} \times 10^{25}$ **b.** $5^4 \times 2^4$ **c.** $\dfrac{10^{-26} \times 10^{11}}{10^{-20}}$

p 71

a) $10^{-32} \times 10^{10} \times 10^{25} = 10^{3}$

b) $5^4 \times 2^4 = (2 \times 5)^4 = 10^4$

c) $\cancel{10^{-26}}$, $\dfrac{10^{-26} \times 10^{11}}{10^{-20}} = \dfrac{10^{-26+11}}{10^{-20}}$

$10^{-26} \times 10^{11} = 10^{-26+11} = 10^{-15}$

$= \dfrac{10^{-15}}{10^{-20}} = 10^{(-15)-(-20)} = 10^5$

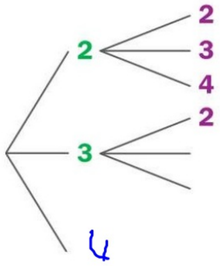
44 **Digicode**

RAISONNER en organisant sa démarche.

1. Le code d'accès à l'immeuble de Martin est composé de trois chiffres choisis parmi 2, 3 ou 4. Pour compter le nombre de codes différents possibles, Martin a commencé l'arbre ci-après.

a. Reproduire et compléter l'arbre de Martin.

b. Écrire le nombre de codes possibles avec une puissance, puis le calculer.



2. Le code de l'immeuble d'Emma est composé de trois chiffres choisis parmi 1, 2, 3 ou 4, puis de deux lettres choisies parmi A, B ou C.

Écrire le nombre de codes possibles avec des puissances, puis le calculer.

p 68

+22-n66.

22 Calculer.

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ b. $\left(\frac{-1}{4}\right)^4$ c. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ d. $\left(\frac{-1}{4}\right)^0$

e. $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ f. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ g. $\left(\frac{-3}{5}\right)^3$ h. $-\left(\frac{3}{5}\right)^0 = -1$

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

$\left(-\frac{3}{5}\right)^0 = 1$

b. $\left(-\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1^4}{4^4} = \frac{1}{256}$

e. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$

f est l'inverse de e (puissance est de signe opposé)

g. $\frac{-27}{125}$

Page 43

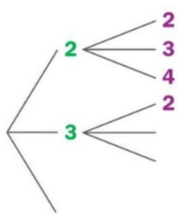
44 Digicode

p 68

RAISONNER en organisant sa démarche.

1. Le code d'accès à l'immeuble de Martin est composé de trois chiffres choisis parmi 2, 3 ou 4. Pour compter le nombre de codes différents possibles, Martin a commencé l'arbre ci-après.

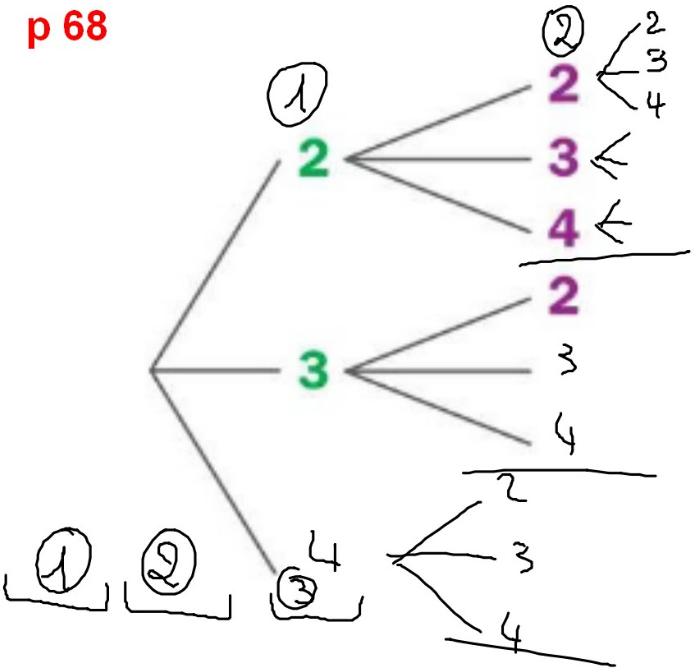
a. Reproduire et compléter l'arbre de Martin.



b. Écrire le nombre de codes possibles avec une puissance, puis le calculer.

2. Le code de l'immeuble d'Emma est composé de trois chiffres choisis parmi 1, 2, 3 ou 4, puis de deux lettres choisies parmi A, B ou C.

Écrire le nombre de codes possibles avec des puissances, puis le calculer.



b) $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

1er choix 2ième choix 3ième choix

Page 44

3 chiffres

2 lettres
parmi 3 possibilités

parmi 4
possibilités

1er chx

$$4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 = 4^3 \times 3^2$$

3. Ordre de grandeur et encadrement

Exemple : Soient $A = 32\ 657\ 000$ et $B = 0{,}000\ 486$.

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
A	$3,2657000 \times 10^7$	$10^7 \leq A < 10^8$	3×10^7
B	$4,86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} \leq B < 10^{-3}$	5×10^{-4}

Ordre de grandeur du produit de A par B est $A \times B \approx$

$$A \times B \simeq 3 \times 10^7 \times 5 \times 10^{-4} \quad \triangle!$$

$$\simeq 15 \times 10^3$$

42 Décompositions et puissances

CALCULER avec des nombres.

1. a. Marvyn a décomposé le nombre 784 :

$784 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^4 \times 7^2$

Écrire cette décomposition avec des puissances.

b. De la même manière, décomposer au maximum les nombres 3 375 et 2 352.

2. À l'aide de ces décompositions, simplifier les fractions $\frac{784}{2352}$ et $\boxed{\frac{3\,375}{2\,352}}$.

3. Parmi les nombres 784, 2 352 et 3 375 :

a. lequel est le carré d'un entier naturel ? $\boxed{\dots}^2$ 784

b. lequel est le cube d'un entier naturel ? $\boxed{\dots}^3$ 3375

p 68

$\boxed{2^{nde}}$

$\boxed{1\ \text{décomp}}$

b. $3375 = 3^3 \times 5^3$

$2352 = 2^4 \times 3 \times 7^2$

2) $\frac{784}{2352} = \frac{\cancel{2^4} \times \cancel{7^2}}{\cancel{2^4} \times 3 \times \cancel{7^2}} = \frac{1}{3}$

$\frac{3375}{2352} = \frac{3^{\cancel{3}\,2} \times 5^3}{2^4 \times \cancel{3} \times 7^2} = \frac{3^2 \times 5^3}{2^4 \times 7^2}$

Exercice 1 : Calculer :

2^4
10^{-5}

Exercice 2 : Écrire les nombres suivants à l'aide d'**une seule puissance** :

$3^2 \times 3^5$
$\frac{3^{20}}{9}$
$(8^4)^3$
$\frac{7^5 \times 7^2}{7^4}$
$\frac{6^{-5}}{6 \times (6^{-2})^3}$

Exercice 3 : Donner les résultats des calculs suivants en **notation scientifique**

$2 \times 10^4 \times 7{,}5 \times 10^7$
$\frac{120 \times 10^{-6}}{4 \times 10^4}$

70 Écrire les nombres sous la forme a^n où a est un nombre quelconque et n un nombre entier relatif. Détailler les calculs.

a. $\dfrac{2^3}{2^{-5}}$ **b.** $5^3 \times 5^{-4}$ **c.** $\left(7^{-5}\right)^{-3}$ **d.** $3^5 \times 7^5$ **e.** $2^2 \times 9$

p 71

$$\frac{2^3}{2^{-5}} = 2^{3-(-5)} = 2^8$$

$$5^3 \times 5^{-4} = 5^{3+(-4)} = 5^{-1}$$

$$\left(7^{-5}\right)^{-3} = 7^{(-5)\times(-3)} = 7^{15}$$

$$3^5 \times 7^5 = (3 \times 7)^5 = 21^5$$

$$2^2 \times 9 = 2^2 \times 3^2 = 6^2$$

40 **Carré magique**

CALCULER et contrôler ses résultats.

Les produits des nombres situés sur chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale sont égaux.

▶ Reproduire et compléter ce carré magique avec des puissances de 3.

	C1			C4
	3^{10}	3^7	3^4	3^{18}
	3^5	3^{17}		3^6
L3	3^{16}	3^2	3^9	3^{12}
	3^8			3^3

p 68

C1 : $3^{10} \times 3^{\dots} \times 3^{16} \times 3^8 = 3^{39}$

$3^{10} \times 3^{16} \times 3^8 \times 3^{\dots} = 3^{39}$

$3^{34} \times 3^5 = 3^{39}$

$3^{34+5} = 3^{39}$

Étape 1 : On détermine la valeur du résultat.

diagonale 1 : $3^{10} \times 3^{17} \times 3^9 \times 3^3 = 3^{10+17+9+3}$

$= 3^{39}$

Étape 2 : On résoud les lignes et colonnes où il y a 1 seule inconnue :

3^{10}		3^{4}	
	3^{17}		3^{6}
3^{16}		3^{9}	3^{12}
3^{8}			3^{3}

<u>Etape 1 : Calculer le produit :</u>

$3^{10} \times 3^{17} \times 3^{9} \times 3^{3} = 3^{10+17+9+3} = 3^{39}$

3^{10}		3^{4}	$\mathbf{3^{18}}$
$\mathbf{3^{5}}$	3^{17}		3^{6}
3^{16}	$\mathbf{3^{2}}$	3^{9}	3^{12}
3^{8}			3^{3}

<u>Etapes 2 : Retrouver les puissances dans les lignes – colonnes où il n'y a qu'une seule inconnue :</u>

$3^{16} \times 3^{?} \times 3^{9} \times 3^{12} = 3^{?} \times 3^{16+9+12} = 3^{?} \times 3^{37} = 3^{39}$

Donc $? = 39 - 37 = 2$

$3^{10} \times 3^{?} \times 3^{16} \times 3^{8} = 3^{?} \times 3^{10+16+8} = 3^{?} \times 3^{34} = 3^{39}$

Donc $? = 39 - 34 = 5$

$3^{?} \times 3^{6} \times 3^{12} \times 3^{3} = 3^{?} \times 3^{6+12+3} = 3^{?} \times 3^{21} = 3^{39}$

Donc $? = 39 - 21 = 18$

3^{10}	3^7	3^4	3^{18}
3^5	3^{17}	3^{11}	3^6
3^{16}	3^2	3^9	3^{12}
3^8	3^{13}	3^{15}	3^3

Etapes 3 : On recommence le même procédé

$3^{10} \times 3^? \times 3^4 \times 3^{18} = 3^? \times 3^{10+4+18} = 3^? \times 3^{32} = 3^{39}$

Donc ? = 39 − 32 = 7

$3^5 \times 3^{17} \times 3^? \times 3^6 = 3^? \times 3^{5+17+6} = 3^? \times 3^{28} = 3^{39}$

Donc ? = 39 − 28 = 11

Etapes 4 : On recommence le même procédé

$3^7 \times 3^{17} \times 3^2 \times 3^? = 3^{7+17+2} \times 3^? = 3^{26} \times 3^? = 3^{39}$

Donc ? = 39 − 26 = 13

$3^4 \times 3^{11} \times 3^9 \times 3^? = 3^{4+11+9} \times 3^? = 3^{24} \times 3^? = 3^{39}$

Donc ? = 39 − 24 = 15

73 En 1 seconde, la lumière parcourt 300 000 kilomètres dans le vide.
L'année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année.
a. Donner l'écriture scientifique de 300 000 km.
b. Exprimer une année-lumière en kilomètres.
Donner le résultat en écriture décimale et en écriture scientifique.

p 71

a) 300 000 km $= 3 \times 10^5$

b) 1 s ⟶ 3×10^5 km

1 année ⟶ ? km.

||

365 j × 24 h/j × 60 min/h × 60 s/min = 31 536 000 s

La distance parcourue en 1 année :

$3 \times 10^5 \times 31\,536\,000 \simeq 9{,}4608 \times 10^{12}$ (km)

RAISONNER CALCULER COMMUNIQUER

Prise d'initiative

53 La légende de l'échiquier

1 Une légende indienne

Selon la légende, le jeu d'échecs est inventé en Inde, environ 3 000 ans avant J.-C., par le sage Sissa pour distraire le roi Belkib. Pour le récompenser, le roi demande à Sissa ce qu'il souhaite.
Sissa lui demande alors : « Votre altesse, déposez un grain de riz sur la première case de l'échiquier, puis le double sur la deuxième, et doublez ainsi à chaque case le nombre de grains de riz. Je désire tout simplement obtenir la quantité de riz qui se trouvera sur la dernière case de l'échiquier. »
Le souverain, étonné par cette modeste requête, accepte.

2 Fiche signalétique sur le riz

- Pour la campagne 2013-2014, la production mondiale de riz a atteint un nouveau record avec une production de 479,2 Mt.
- Masse d'un grain de riz : 0,02 g.

▶ Que penser de la demande de Sissa en rapport avec la production mondiale de riz en 2013-2014 ?

p 69

4792 Mt

902 g.

1 échiquier : 8 cases x 8 cases = 64 cases.

1ère case : 1 grain $\quad 9,22(337) \times 10^{18}$

2ième case : "doublez"

⋮

64ième case :

71 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants. p 71

a. 267 $\qquad$ **b.** $\dfrac{8\,000 \times 0{,}000\,000\,07}{140\,000\,000}$ $\qquad$ **c.** $\dfrac{3 \times 10^4 \times 1{,}2 \times (10^{-5})^4}{0{,}2 \times 10^{-8}}$

a) $2,67 \times 10^2$

48 n 66.

b) $8000 = 8 \times 10^3$

$\underbrace{0,000\ 000\ 07}_{-8} = 7 \times 10^{-8}$

$140\ 000\ 000 = 14 \times 10^7$

$$\frac{8 \times 10^3 \times 7 \times 10^{-8}}{14 \times 10^7} = \frac{8 \times 7}{14} \times \frac{10^{3-8}}{10^7} = \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \times \cancel{7}}{\cancel{2}\ \cancel{14}} \times 10^{-5-7}$$

$$= 4 \times 10^{-12}$$

71 Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

a. 267 **b.** $\dfrac{8\,000 \times 0{,}000\,000\,07}{140\,000\,000}$ **c.** $\dfrac{3 \times 10^4 \times 1{,}2 \times (10^{-5})^4}{0{,}2 \times 10^{-8}}$

+ 48 p 69

$$:0{,}2 \quad \frac{\cancel{3{,}6} \times 10^4 \times 10^{-5 \times 4}}{\cancel{0}{,}2 \times 10^{-8}} =$$

$$\frac{18 \times 10^4 \times 10^{-20}}{10^{-8}} = \frac{18 \times 10^{-16}}{10^{-8}} =$$

$$18 \times 10^{-6-(-8)} = 18 \times 10^{-8} = 1{,}8 \times 10^{-7}$$

48 Volume d'un cheveu

MODÉLISER à l'aide de la géométrie.

p 69

Un cheveu a une longueur de 15 cm, pour un diamètre de 0,1 mm.

▶ Quel est son volume en m^3 ?

Donner le résultat en notation scientifique.

34 Donner les résultats des calculs suivants en notation scientifique. p 67

a. $2 \times 10^5 \times 7{,}5 \times 10^6 = 15 \times 10^{11} = 1{,}5 \times 10^1 \times 10^{11} = 1{,}5 \times 10^{12}$

b. $\dfrac{3{,}5 \times 10^{-6}}{14 \times 10^{-2}} = 0{,}25 \times 10^{-4} = 2{,}5 \times 10^{-5}$

c. $13 \times 10^{21} + 2 \times 10^{19} = 13 \times 10^{19+2} + 2 \times 10^{19} = 10^{19} \times (13 \times 10^2 + 2)$

~~d.~~ $4{,}8 \times 10^{-10} - 2 \times 10^{-11}$

c) $\underbrace{1300\ldots0}_{21\text{ zéros}} + \underbrace{20\ldots0}_{19\text{ zéros}}$

c) $13 \times 10^{21} = 1300 \times 10^{19}$

$$\begin{array}{r} 1300 \times 10^{19} \\ + \quad 2 \times 10^{19} \\ \hline 1302 \times 10^{19} \end{array}$$

Page 61

Page 62

68 Calculer. Donner les résultats sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction.

a. 5^3 **b.** 421^0 **c.** $1\,597^1$ **d.** -5^2 **e.** $(-5)^2$ **f.** 5^{-2} **g.** $\frac{4^3}{5}$ **h.** $\left(\frac{4}{5}\right)^3$

p 71

72 Calculer. Donner les résultats en notation scientifique.

a. $\frac{550 \times 10^{-4}}{20 \times 10^{-2}}$ **b.** $5^3 - (2^4 + 7)^2$ **c.** $550 \times 10^{-4} - 20 \times 10^{-2}$

p 71