Page 1

Exercice

Voici des séries de nombres

a) 2 ; 5 ; 4	b) 2 ; 5 ; 9	c) 5,1 ; 2,2 ; 2,9
d) 3 ; 3 ; 4,2	e) 3 ; 4 ; 5	f) 3 ; 3 ; 3

1. Pour chaque série, dire si on peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesure les trois nombres de la série
   - Si non, justifier l'impossibilité de la construction
   - Si oui, faire des remarques éventuelles sur les triangles que l'on pense obtenir
2. Construire les triangles, quand c'est possible

Page 2

Exercice

Page 3

Page 4

+ exercice 1 - fiche exe

Reprendre l'exercice précédent avec :

1. $AB = 2{,}8$ cm et $AC = 9{,}6$ cm **2.** $AB = 1{,}4$ cm et $AC = 4{,}8$ cm **3.** $BC = 5{,}8$ cm et $AC = 4{,}2$ cm

Exercice 1

Calculer le troisième côté des triangles rectangles suivants :

1. Le triangle DEF rectangle en ~~E~~ D, sachant que DE = 2,4 et EF = 7,4
2. Le triangle DEF rectangle en D, sachant que EF = 5,2 et DE = 4,8
3. Le triangle ABC rectangle en A, sachant que AB = 1,6 et BC = 3,4

DEF est un triangle rectangle en D

donc.

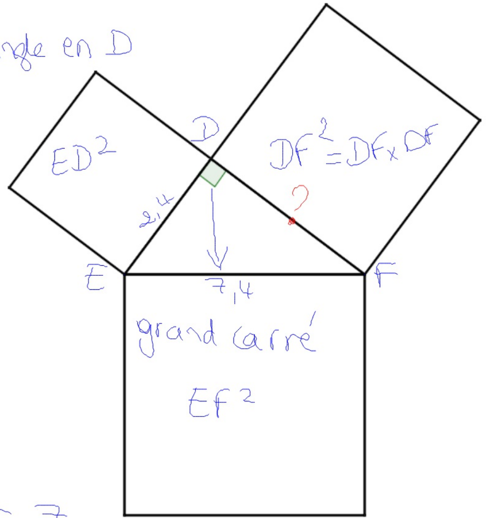
$EF^2 = ED^2 + DF^2$

$DF^2 = EF^2 - ED^2$

$DF^2 = 7,4^2 - 2,4^2$

$DF^2 = 49$

Or $7^2 = 7 \times 7 = 49$ donc DF = 7



Exercice 1

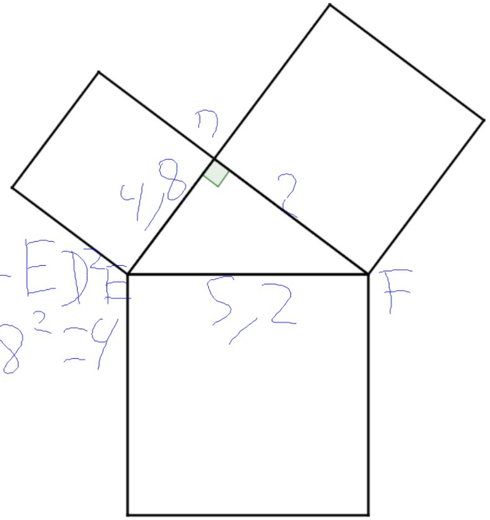
Calculer le troisième côté des triangles rectangles suivants :

1. Le triangle DEF rectangle en E, sachant que DE = 2,4 et EF = 7,4
2. Le triangle DEF rectangle en D, sachant que EF = 5,2 et DE = 4,8
3. Le triangle ABC rectangle en A, sachant que AB = 1,6 et BC = 3,4

$DF^2 = EF^2 - ED^2$

$DF^2 = 5,2^2 - 4,8^2 = 4$

DF = 2



Exercice 1

Calculer le troisième côté des triangles rectangles suivants :

1. Le triangle DEF rectangle en E, sachant que DE = 2,4 et EF = 7,4
2. Le triangle DEF rectangle en D, sachant que EF = 5,2 et DE = 4,8
3. Le triangle ABC rectangle en A, sachant que AB = 1,6 et BC = 3,4

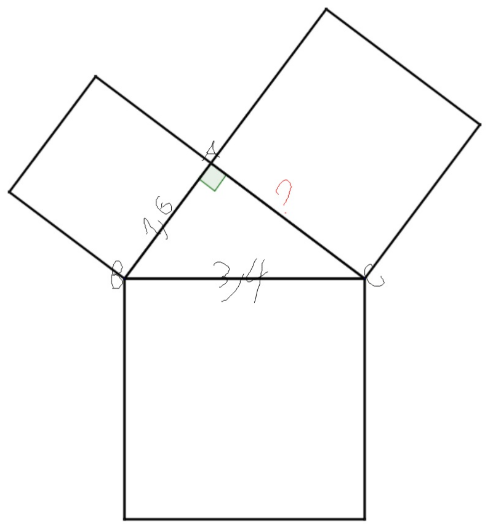
$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$BC^2 - AB^2 = AC^2$

$3{,}4^2 - 1{,}6^2 = AC^2$

$AC^2 = 9$

$AC = 3$



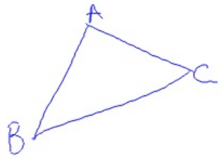
Triangles rectangles

I) Triangles

1) Inégalité triangulaire

Propriété (admise). Un triangle n'est constructible que si la plus grande de ses longueurs est inférieure à la somme des deux autres longueurs.

Dans le triangle ABC dont la plus grande des longueurs des côtés BC



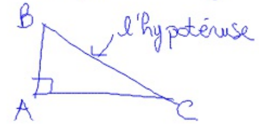
Ce triangle n'est constructible que si

$$\boxed{BC < AB + AC}$$

2) Triangle rectangle

Définition Un triangle rectangle est un triangle dont l'un des angles est droit.

Définition. Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.



Propriété : L'hypoténuse est le plus grand des côtés du triangle rectangle.

Activité 3 : Démonstration : Égalité de Pythagore

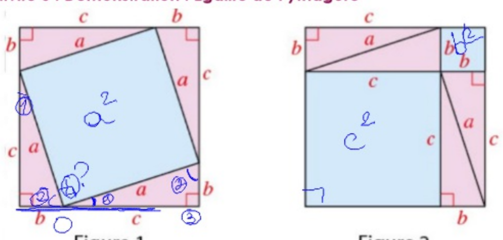


Figure 1 Figure 2

On a disposé quatre triangles rectangles blancs superposables de deux façons différentes à l'intérieur d'un même grand carré.

1. Quelle est la nature de chacun des trois quadrilatères bleus ? Expliquer
2. Expliquer pourquoi l'aire du quadrilatère bleu de la figure 1 est égale à la somme des aires des quadrilatères bleus de la figure 2.
3. Conclure

$a^2 = c^2 + b^2$

1 Conjecture : il semble que ce soient des carrés.

• Ce sont des losanges car leurs côtés ont même longueur

• Sur la figure 2 ce sont des carrés car ils ont un angle droit

• Sur la figure 1, la somme des angles d'un triangle étant égale à 180° on a ① + ② + ③ = 180°

or ③ = 90° donc ① + ② = 90°

De plus l'angle $\hat{O}$ vaut 180°

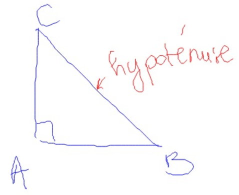
$\hat{O}$ = ② + ④ + ① = 180°

Or ① + ② = 90° donc 90° + ④ = 180°

et donc ④ = 90°.

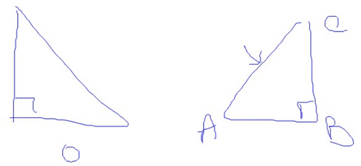
Le losange de la figure ① a un angle droit c'est donc un carré

Cours : égalité de Pyth

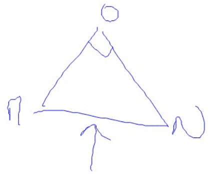


D'après l'égalité de Pythagore

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$AB^2 + BC^2 = AC^2$



$ON^2 + OM^2 = MN^2$

Exercice 2

1. Un triangle dont les côtés mesurent 1,2 ; 2,6 ; 2,4 est-il rectangle ?
2. Même question avec 1,6 ; 3 ; 3,4

Si le triangle est rectangle alors son hypoténuse mesurera 2,6

Ici on a $2,6^2 \simeq 6,7$

$1,2^2 + 2,4^2 = 7,1$

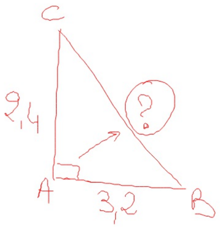
$7,1 \neq 6,7$ (le carré de la supposée hypoténuse n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés)

Donc, d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore, le triangle n'est pas un triangle rectangle

Retours aux triangles de la séance 1

Lesquels avait-on conjecturé rectangles ? le vérifier ?

Déterminer la mesure des hypoténuses de
rectangles suiva
a) le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3,
b) le triangle DEF rectangle en D tel que DE =
c) le triangle MNO rectangle en M tel que MN =



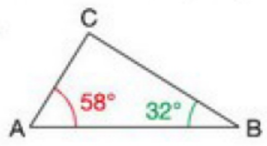
D'après l'égalité de Pythagore :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

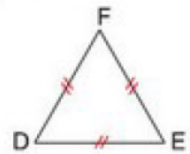
ex 2 p407 → demain.

Pour chacun des cas suivants, peut-on appliquer l'égalité
Pourquo

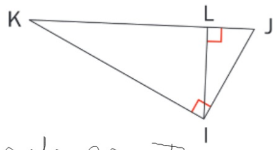
a.



b.



2 Pour la figure ci-contre, écrire l'égalité de Pythagore des triangles IJK, IJL et IKL.



IJK est un triangle rectangle en I

donc d'après l'égalité de Pythagore :

$$KJ^2 = JI^2 + KI^2$$

IJL " " L ... $IJ^2 = IL^2 + LJ^2$

IKL ... L ... $IK^2 = LK^2 + LI^2$

2. Propriété réciproque

Si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.

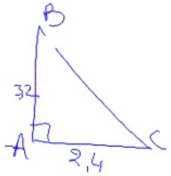
exemple :

Si dans le triangle ABC on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

Déterminer la mesure des hypoténuses de
rectangles suiva
a) le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3.
b) le triangle DEF rectangle en D tel que DE =
c) le triangle MNO rectangle en M tel que MN =

a) ABC est un triangle rectangle en A

donc d'après l'égalité de Pythagore on a



$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\underbrace{3{,}2^2 + 2{,}4^2}_{} = BC^2$

$16 = BC^2 = BC \times BC$

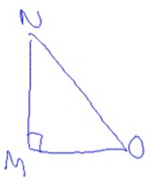
donc $BC = 4$

b) DEF ... D

donc .... $DE^2 + DF^2 = EF^2$

$3^2 + 4^2 = 25$

donc $EF = 5$



c) MNO .... M donc .... $NO^2 = MN^2 + MO^2$

$NO^2 = 4^2 + 2^2$

$NO^2 = 20$

donc $NO = \sqrt{20}$ ← lire racine carrée de 20

$NO \simeq 4{,}472$

Ex. 3 de la fiche.

Exercice 4

Déterminer la longueur de l'hypoténuse des triangles rectangles suivants :

1. Le triangle ABC, rectangle en A, sachant que AB = 14 et AC = 22,5
2. Le triangle DEF, rectangle en D, sachant que DE = 0,84 et DF = 3
3. Le triangle MNO, rectangle en M, sachant que MN = 5 et MO = 5

Fai

Une racine carrée est toujours

Questions sur les carrés

Exercice

Exercice 3

Les triangles suivants sont-ils des triangles rectangles ? si oui, quelle en est l'hypoténuse ?

1. Le triangle ABC est-il rectangle ? AB = 10,8 ; AC = 14,4 et BC = 18
2. Le triangle DEF est-il rectangle ? DE = 78 ; EF = 160 et DF = 177
3. Le triangle MNO est –il rectangle ? MN = 12 ; NO = 20,9 et MO = 24,1

1) ② $BC^2 = 18^2$

$AB^2 + AC^2 = 10,8^2 + 14,4^2$

étape ①: Si le triangle ABC est rectangle alors l'hypoténuse est BC.

③ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore

2) ① .... DF

② $DF^2 = ...$

$DE^2 + EF^2 = ...$

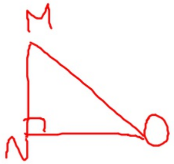
③ Conclusion : NON

3) ① .... MO

② $MO^2 = 580,81$

$MN^2 + NO^2 = 580,81$

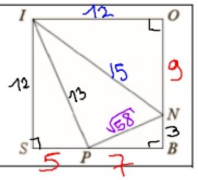
③ .... le triangle est rectangle en N



a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Exercice 8

BOIS est un carré de 12 cm de côté.
On a NB = 3 cm et IP = 13 cm.
Le triangle PIN est-il rectangle ?



Le triangle PNB est rectangle en B

——— ION ——— O

——— ISP ——— S.

d'après l'égalité de pythagore. on a

$IP^2 = IS^2 + SP^2$

$13^2 = 12^2 + SP^2$

$169 = 144 + SP^2$

donc $SP^2 = 25$

donc $SP = 5$

$PN^2 = NB^2 + PB^2$

$PN^2 = 7^2 + 3^2 = 58$

donc $PN = \sqrt{58} \simeq 7{,}62$

$IN^2 = ON^2 + IO^2$

$IN^2 = 9^2 + 12^2$

$IN^2 = 225$

donc $IN = 15$

Dans le triangle INP on a

$IN^2 = 225$

$IP^2 + PN^2 = 13^2 + (\sqrt{58})^2 = 227 \neq 225$

Donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore le triangle n'est pas rectangle

<u>Remarque</u> : À partir de ces carrés parfaits on peut encadrer la valeur de racines carrées.

Par exemple, pour encadrer $\sqrt{45}$:

On sait que $6 \times 6 = 36$ et $7 \times 7 = 49$

donc comme $36 < 45 < 49$

On a $\sqrt{36} < \sqrt{45} < \sqrt{49}$

et donc $6 < \sqrt{45} < 7$

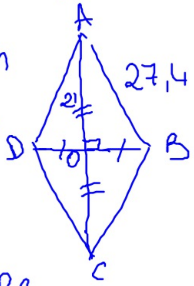
Exercice 5

Le côté d'un losange mesure 27,4 cm et l'une de ses diagonales 42 cm.
Quelle est la longueur de sa seconde diagonale ?

Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu (p 360 du livre).

AC = 42 cm

AO = 21 cm



Dans le triangle AOB rectangle en O

donc d'après l'égalité de Pythagore

$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$27,4^2 = 21^2 + OB^2$

donc $OB^2 = 27,4^2 - 21^2 = 309,76$

donc $OB = \sqrt{309,76} \approx 17,6$

Et finalement $DB = 2 \times OB = 35,2$.

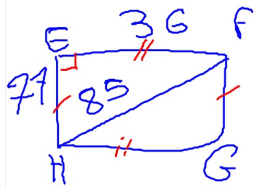
Exercice 6

EFGH est un parallélogramme tel que : EF = 36 ; EH = 77 ; HF = 85. EFGH est-il un rectangle ?

Si ce parallélogramme est un rectangle alors le triangle EFH est rectangle en E on a

$HF^2 = 85^2 = 7225$

$EF^2 + HE^2 = 36^2 + 77^2 = 7225$



donc $HF^2 = EF^2 + HE^2$

donc d'aprés la Réciproque de l'égalité de Pythagore ce triangle est rectangle en E.

donc EFGH est un rectangle.

Exercice 9

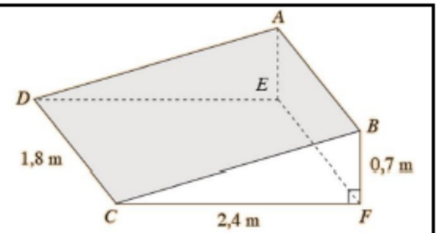
ABCDEFGH est un pavé droit tel que :
AB = 12 cm ; BF = 3 cm ; GF = 4 cm.
Calculer la longueur d'une diagonal de ce pave droit.

dans le triangle BGF rectangle en F
d'après l'égalité pythagore
$BG^2 = GF^2 + FB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
$BG = \sqrt{25} = 5$ dans le triangle BGH rectangle en G
d'après l'égalité de pythagore
$BH^2 = GH^2 + BG^2 = 12^2 + 5^2 = 169$
$HB = \sqrt{169} = 13$

DEVOI
Chercher les propriétés des quadrilatères particuliers : re
et carr

Devoir à rendre sur feuille

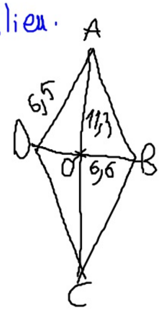
Un tremplin sur un parcours de mini-golf a la forme d'un prisme droit à base triangulaire.
Le revêtement posé sur la face supérieure (en gris plus foncé sur la figure) a coûté 128,52 €.
Quel est le prix au mètre-carré de ce revêtement ?
Justifier



Exercice 7

ABCD est un parallélogramme tel que : AD = 6,5 ; BD = 6,6 ; AC = 11,3.
ABCD est-il un losange ?

Propriété utilisée : les diagonales d'un losange se coupent perpendiculairement en leur milieu.



Dans le triangle AOD :

$AO = 11,3 \div 2 = 5,65$

$OD = 6,6 \div 2 = 3,3$

$6,5^2 = 42,25$ AD^2

$5,65^2 + 3,3^2 = 42,8125$ $AO^2 + OD^2$

Donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore ce triangle n'est pas Rectangle

donc le parallélogramme n'est pas un losange.

Devoir à rendre sur feuille

Un tremplin sur un parcours de mini-golf a la forme d'un prisme droit à base triangulaire.
Le revêtement posé sur la face supérieure (en gris plus foncé sur la figure) a coûté 128,52 €.
Quel est le prix au mètre-carré de ce revêtement ?
Justifier