Exercice

Activité

Voici des séries de nombres

a) 2 ; 5 ; 4 ✓	~~b)~~ 2 ; 5 ; 9	c) 5,1 ; 2,2 ; 2,9 ✓ plat
d) 3 ; 3 ; 4,2 isocèle	e) 3 ; 4 ; 5 ✓	f) 3 ; 3 ; 3 ✓ équilatéral

1. Pour chaque série, dire si on peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesure les trois nombres de la série
   - Si non, justifier l'impossibilité de la construction
   - Si oui, faire des remarques éventuelles sur les triangles que l'on pense obtenir
2. Construire les triangles, quand c'est possible → Remarques complémentaires

100 plot = H, I, K

Exercice

Pour demair

exercice 100 p 107 : H, I (**uniqueme**

Exercice 100 p 107 : H, I (**uniqueme**

$$H = \frac{3}{7} \times (-2) = \frac{3}{7} \times \frac{-2}{1} = -\frac{6}{7}$$

$$I = \frac{-3}{7} \times \frac{5}{-9} = \frac{\cancel{3}}{7} \times \frac{5}{3 \times \cancel{3}} = +\frac{5}{21}$$

$$K = 2 \div \frac{-5}{3} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{-5} = \frac{-6}{5}$$

Exercice

Activité

Voici des séries de nombres

a) 2 ; 5 ; 4 ✓	~~b)~~ 2 ; 5 ; 9	c) 5,1 ; 2,2 ; 2,9 ✓ plat
d) 3 ; 3 ; 4,2 isocèle	e) 3 ; 4 ; 5 ✓	f) 3 ; 3 ; 3 ✓ équilatéral

1. Pour chaque série, dire si on peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesure les trois nombres de la série
   - Si non, justifier l'impossibilité de la construction
   - Si oui, faire des remarques éventuelles sur les triangles que l'on pense obtenir
2. Construire les triangles, quand c'est possible → Remarques complémentaires

d) → semble être un triangle rectangle.

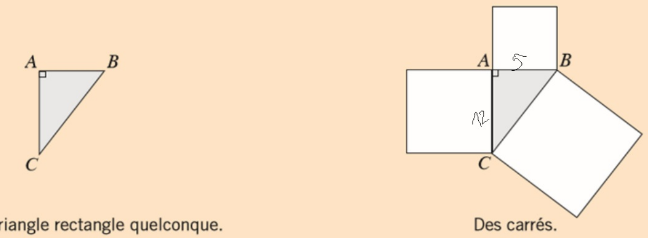
e) →

100 plot = H, I, K

Exercice

Activité

Les mathématiciens se sont intéressés à la famille des triangles rectangles. Voici ce qu'ils ont découvert :



Un triangle rectangle quelconque.

Des carrés.

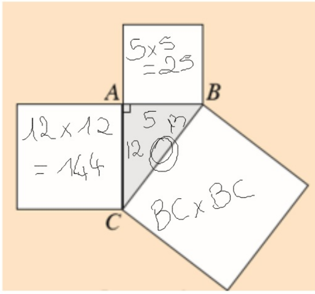
Ils ont partagé le carré « moyen » en quatre parties pour prouver qu'on pouvait « recouvrir » parfaitement le « grand » carré avec les deux autres carrés (à condition de bien choisir les points de départ des pointillés).

Question : ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 5$ cm et $AC = 12$ cm. À quoi peut servir la découverte des mathématiciens dans cette situation ?

Exercice

Aire du grand carré = aire du petit carré + aire du moyen carré

Aire du grand carré = 25 + 144
= 169



BC x BC = 169

13 x 13 = 169

BC = 13.

Aire d'un carré de côté c.

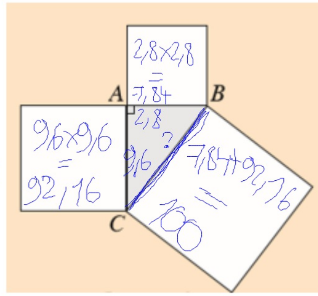
A = c x c = c²

Exercice

Reprendre l'exercice précédent avec :

1. AB = 2,8 cm et AC = 9,6 cm **2.** AB = 1,4 cm et AC = 4,8 cm **3.** BC = 5,8 cm et AC = 4,2 cm

Triangle ABC rectangle en A



Airedu grand carre = Al'Aire du moiyeim carré + Aire petit carré

BC x BC = 100.

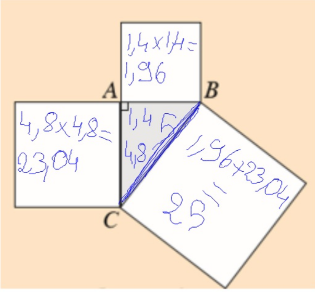
10 x 10 = 100 donc BC = 10.

Exercice

Reprendre l'exercice précédent avec :

1. $AB = 2{,}8$ cm et $AC = 9{,}6$ cm **2.** $AB = 1{,}4$ cm et $AC = 4{,}8$ cm **3.** $BC = 5{,}8$ cm et $AC = 4{,}2$ cm

Triangle ABC rectangle en A



1,96 + 23,04 = 25 aire du grand carré

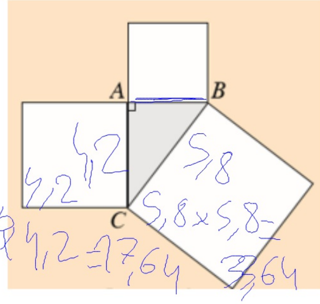
BC = 5 cm car 5x5 = 25

Exercice

Reprendre l'exercice précédent avec :

1. $AB = 2{,}8$ cm et $AC = 9{,}6$ cm **2.** $AB = 1{,}4$ cm et $AC = 4{,}8$ cm **3.** $BC = 5{,}8$ cm et $AC = 4{,}2$ cm

Triangle ABC rectangle en A



33,64 = 17,64 + Ab x AB

4,2 x 4,2 = 17,64

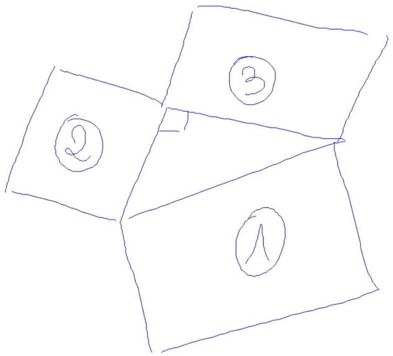
33,64 − 17,64 = AB x AB

16 = AB x AB

Or 16 = 4 x 4

Donc AB = 4.

Leçon



Exercice

Exercice 1

Calculer le troisième côté des triangles rectangles suivants :

1. Le triangle DEF rectangle en ~~E~~ D, sachant que DE = 2,4 et EF = 7,4
2. Le triangle DEF rectangle en D, sachant que EF = 5,2 et DE = 4,8
3. Le triangle ABC rectangle en A, sachant que AB = 1,6 et BC = 3,4

Le triangle DEF est rectangle en D d

Aire du grand carré = Aire du moyen carré + Aire

EF x EF = DF x DF +

ou EF^2 = DF

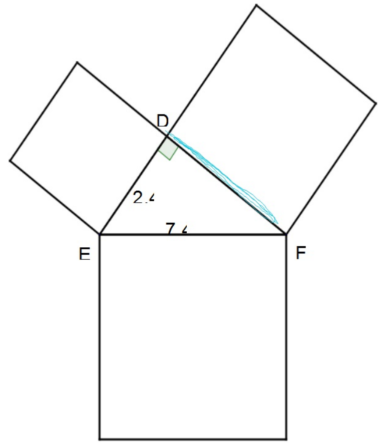
7.4^2 = D

54.76 = DF

donc DF ² = 54.76 - 5.7

Or 7 x 7 =

Donc finalement DF



Exercice

Exercice 1

Calculer le troisième côté des triangles rectangles suivants :

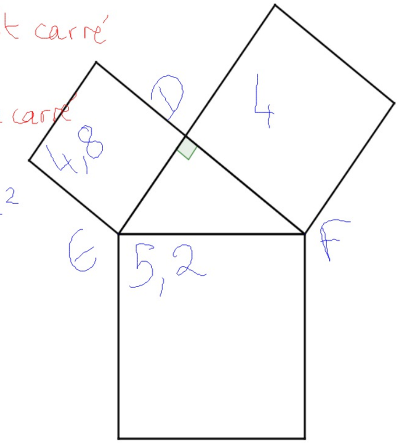
1. Le triangle DEF rectangle en ~~E~~ D, sachant que DE = 2,4 et EF = 7,4
2. Le triangle DEF rectangle en D, sachant que EF = 5,2 et DE = 4,8
3. Le triangle ABC rectangle en A, sachant que AB = 1,6 et BC = 3,4

$4,8^2 = 23,04$ aire du petit carré

$5,2^2 = 27,04$ aire du grand carré

$27,04 - 23,04 = 4 = DF^2$

$DF = 2$



Exercice

Exercice 1

Calculer le troisième côté des triangles rectangles suivants :

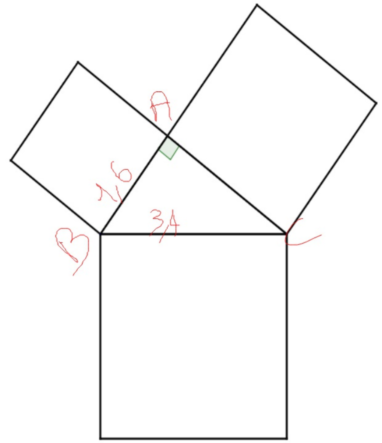
1. Le triangle DEF rectangle en ~~E~~ D, sachant que DE = 2,4 et EF = 7,4
2. Le triangle DEF rectangle en D, sachant que EF = 5,2 et DE = 4,8
3. Le triangle ABC rectangle en A, sachant que AB = 1,6 et BC = 3,4

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$2,56 + AC^2 = 11,56$

$11,56 - 2,56 = AC^2 = 9$

Donc $AC = 3$



Triangles rectangles

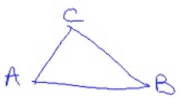
I) Triangles

1- Inégalité triangulaire

<u>Propriété (admise)</u> : Un triangle n'est constructible que si la plus grande de ses longueurs est inférieure à la somme de ses deux autres longueurs

<u>Exemple :</u>

Dans le triangle ABC ci-contre le plus grand des côtés est AB



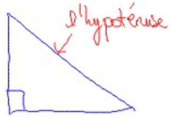
Donc le triangle ne sera constructible que si

$$AB \leq AC + BC$$

2. Triangle rectangle

<u>Définition :</u> Un triangle rectangle est un triangle dont l'un des angles est un angle droit.

<u>Définition :</u> Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit est appelé l'hypoténuse



<u>Propriété :</u> L'hypoténuse d'un triangle rectangle est le plus grand côté du triangle.

Exercice

Activité 3 : Démonstration : Égalité de Pythagore

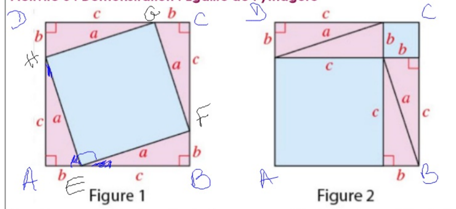


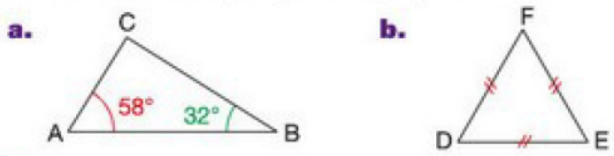
Figure 1 Figure 2

On a disposé quatre triangles rectangles blancs superposables de deux façons différentes à l'intérieur d'un même grand carré.

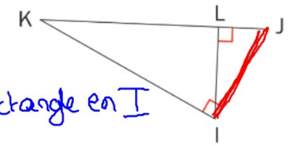
1. Quelle est la nature de chacun des trois quadrilatères bleus ? Expliquer
2. Expliquer pourquoi l'aire du quadrilatère bleu de la figure 1 est égale à la somme des aires des quadrilatères bleus de la figure 2.
3. Conclure

+ ex 1 p 407

Pour chacun des cas suivants, peut-on appliquer l'égalité
Pourquo



2 Pour la figure ci-contre, écrire l'égalité de Pythagore des triangles IJK, IJL et IKL.



Le triangle IJK est rectangle en I

L'hypoténuse est KJ

L'égalite de Pythagore $KJ^2 = IJ^2 + KI^2$

... IJL est rectangle en L

Donc l'égalité de Pythagore est

$IJ^2 = LJ^2 + LI^2$

• IKL ..... en L

donc ...... $IK^2 = KL^2 + IL^2$

Triangles rectan

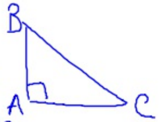
II _ Egalité de Pythagore

1_ Théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Remarque:

Le triangle ABC est rectangle en A donc l'égalité de Pythagore sera $BC^2 = AB^2 + AC^2$



2_ Propriété réciproque

Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Exercice

Exercice 2

1. Un triangle dont les côtés mesurent 1,2 ; 2,6 ; 2,4 est-il rectangle ?
2. Même question avec 1,6 ; 3 ; 3,4

1) Si le triangle est rectangle alors son hypoténuse mesurera 2,6.

On a $2{,}6^2 = 6{,}76$ $\boxed{x^2}$

$1{,}2^2 + 2{,}4^2 = 7{,}2$

$6{,}76 \neq 7{,}2$

Donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore le triangle n'est pas un triangle rectangle.

Retours aux triangles de la séance 1

Lesquels avait-on conjecturé rectangles ? le vérifier ?

Activité 1: d, e.

Exercice 2

1. Un triangle dont les côtés mesurent 1,2 ; 2,6 ; 2,4 est-il rectangle ?
2. Même question avec 1,6 ; 3 ; 3,4

Si le triangle est rectangle alors son hypoténuse mesurera 3,4

On a $3,4^2 = 11,56$

$1,6^2 + 3^2 = 11,56$

$11,36 = 11,56$

Donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore le triangle est un triangle rectangle.

Retours aux triangles de la séance 1

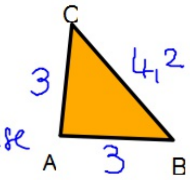
Lesquels avait-on conjecturé rectangles ? le vérifier ?

Voici des séries de nombres

a) 2 ; 5 ; 4	b) 2 ; 5 ; 9	c) 5,1 ; 2,2 ; 2,9
d) 3 ; 3 ; 4,2	e) 3 ; 4 ; 5	f) 3 ; 3 ; 3

1. Pour chaque série, dire si on peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesure les trois nombres de la série
   - Si non, justifier l'impossibilité de la construction
   - Si oui, faire des remarques éventuelles sur les triangles que l'on pense obtenir
2. Construire les triangles, quand c'est possible

d Si le triangle ABC est rectangle alors son hypoténuse BC mesurera 4,2.



On a $BC^2 = 4,2^2 = 17,64$

$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle

Retours aux triangles de la séance 1

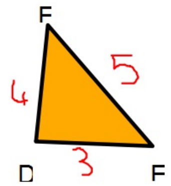
Lesquels avait-on conjecturé rectangles ? le vérifier ?

Voici des séries de nombres

a) 2 ; 5 ; 4	b) 2 ; 5 ; 9	c) 5,1 ; 2,2 ; 2,9
d) 3 ; 3 ; 4,2	e) 3 ; 4 ; 5	f) 3 ; 3 ; 3

1. Pour chaque série, dire si on peut construire un triangle dont les côtés ont pour mesure les trois nombres de la série
   - Si non, justifier l'impossibilité de la construction
   - Si oui, faire des remarques éventuelles sur les triangles que l'on pense obtenir
2. Construire les triangles, quand c'est possible

e) Si le triangle DEF est rectangle alors l'hypoténuse EF mesurera 5.



On a $EF^2 = 5^2 = 25$

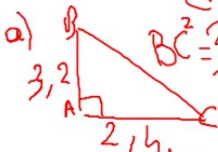
$DE^2 + DF^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

Donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore le triangle DEF est rectangle en D.

Déterminer la mesure des hypoténuses de
rectangles suiva
a) le triangle ABC rectangle en A tel que AB = 3,
b) le triangle DEF rectangle en D tel que DE =
c) le triangle MNO rectangle en M tel que MN =

a) (*)



$BC^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5 = 16$

$BC \times BC = 16$

donc $BC = 4$

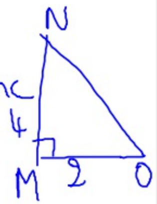
(*) Le triangle ABC (DEF) est rectangle en A (D) donc d'après l'égalité de Pythagore $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

$EF^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

donc $EF = 5$

c) Le triangle MNO est rectangle en M donc d'après l'égalité de Pythagore $NO^2 = MN^2 + MO^2$



$NO^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$NO = \sqrt{20}$ $\boxed{2nde}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{20}$ $\boxed{=}$

(lire racine carrée de 20)

$NO \simeq 4,472$ $\boxed{\triangleleft \triangleright}$ $\boxed{S \Leftrightarrow D}$

exercice 4 fiche.

Exercice 4

Déterminer la longueur de l'hypoténuse des triangles rectangles suivants :

1. Le triangle ABC, rectangle en A, sachant que AB = 14 et AC = 22,5
2. Le triangle DEF, rectangle en D, sachant que DE = 0,84 et DF = 3
3. Le triangle MNO, rectangle en M, sachant que MN = 5 et MO = 5

(1) Le triangle ABC est rectangle en A donc d'après l'égalité de Pythagore

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 14^2 + 22{,}5^2 = 196 + 506{,}25 = 702{,}25$

Donc $BC = 26{,}5$ $= \sqrt{702{,}25}$ $\boxed{\text{Seconde}}$ $\boxed{x^2}$ $702{,}25$ $\boxed{=}$

(2) —— DEF —— D ——

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

$EF^2 = 0{,}84^2 + 3^2 = 9{,}70$

$EF = \sqrt{9{,}70} \simeq 3{,}11$

(3) —— MNO —— M

donc .... $NO^2 = MO^2 + MN^2$

$NO^2 = 5^2 + 5^2$

$NO^2 = 50$

donc $NO = \sqrt{50} \simeq 7{,}07$

Triangles rectan

3) Utilité de l'égalité de Pythagore

L'égalité de Pythagore permet de :

- déterminer une des longueurs des côtés d'un triangle rectangle connaissant les deux autres.
- démontrer qu'un triangle est rectangle ou non (grâce à la propriété réciproque)

III. Racine carrée d'un nombre positif

1. Racine carrée

Définition : Le nombre positif qui, élevé au carré, donne le nombre a s'appelle la racine carrée de a.
On le note $\sqrt{a}$

Propriété : Pour tout nombre positif a :

$\sqrt{a} \geq 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$

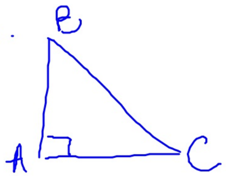
2. Carré parfait

Définition : Un carré parfait est le carré d'un nombre entier.

Exemple:

Dans le triangle ABC rectangle en A.

D'après l'égalité de Pythagore, on a :



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Remarque: À partir de ces carrés parfaits on peut encadrer la valeur de racines carrés.

Par exemple pour encadrer $\sqrt{2}$:

On sait que $1^2 = 1$ et $2^2 = 4$

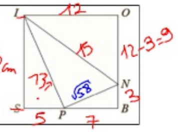
Donc $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

et donc $1 < \sqrt{2} < 2$

exercice 8 fiche

Exercice 8
BOIS est un carré de 12 cm de côté.
On a NB = 3 cm et IP = 13 cm.
Le triangle PIN est-il rectangle ?

IPS
$13^2 = 169$
$12^2 = 144$
$169 - 144 =$



Dans le triangle IPS rectangle en S
d'après l'égalité de Pythagore on a :

$IP^2 = SI^2 + SP^2$
$13^2 = 12^2 + SP^2$
$169 = 144 + SP^2$
donc $SP^2 = 169 - 144 = 25$
d'où $SP = \sqrt{25} = 5$

Dans le triangle ION (NPB) rectangle en O (B)
d'après l'égalité de Pythagore on a

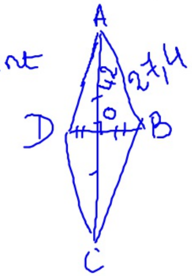
$IN^2 = IO^2 + ON^2$
$IN^2 = 12^2 + 9^2 = 225$
donc $IN = \sqrt{225} = 15$

$PN^2 = NB^2 + PB^2$
$PN^2 = 3^2 + 7^2 = 58$
$PN = \sqrt{58} \approx 7{,}62$

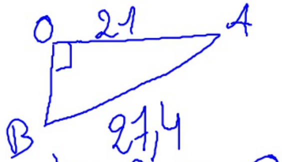
Dans le triangle IPN, on a
$IN^2 = 15^2 = 225$
$PI^2 + PN^2 = 13^2 + (\sqrt{58})^2 = 227$
$PI^2 + PN^2 \neq IN^2$
Donc d'après la réciproque de l'égalité de Pythagore le triangle IPN n'est pas rectangle.

Exercice 5
Le côté d'un losange mesure 27,4 cm et l'une de ses diagonales 42 cm.
Quelle est la longueur de sa seconde diagonale ?

Les diagonales d'un losange se coupent perpendiculairement en leur milieu.



$42 \div 2 = 21$

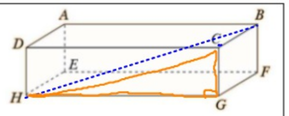


$BA^2 = OA^2 + OB^2$
AOB est un triangle rectangle en O
donc d'après l'égalité de Pythagore on a
$27{,}4^2 = 21^2 + OB^2$
$750{,}76 - 441 = 309{,}76$
$OB = \sqrt{309{,}76} = 17{,}6$
$17{,}6 \times 2 = 35{,}2 = DB$

Exercice

Exercice 9

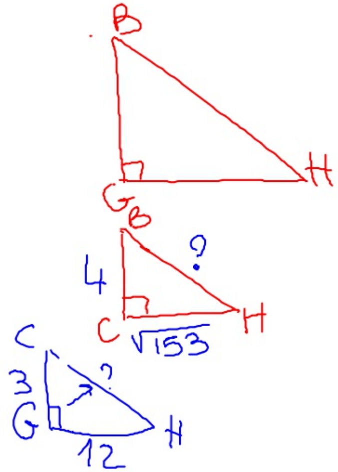
ABCDEFGH est un pavé droit tel que :
AB = 12 cm ; BF = 3 cm ; GF = 4 cm.
Calculer la longueur d'une diagonale de ce pave droit.



$AB = DC = EF = GH = 12$

$BF = AE = DH = CG = 3$

$GF = HE = CB = DA = 4$



• Dans le triangle GCH rectangle en G d'après l'égalité de Pythagore

On a : $CH^2 = GC^2 + GH^2$

$CH^2 = 3^2 + 12^2 = 153$

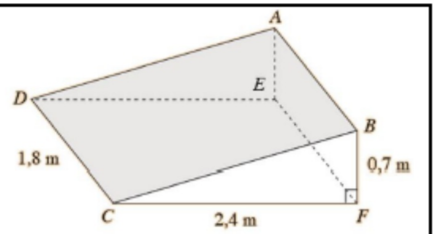
donc $CH = \sqrt{153}$

• Dans le triangle BCH

DEVOIR
Chercher les propriétés des quadrilatères particuliers : re
et carr

Devoir à rendre sur feuille

Un tremplin sur un parcours de mini-golf a la forme d'un prisme droit à base triangulaire.
Le revêtement posé sur la face supérieure (en gris plus foncé sur la figure) a coûté 128,52 €.
Quel est le prix au mètre-carré de ce revêtement ?
Justifier



Exercice

Exercice 6
EFGH est un parallélogramme tel que : EF = 36 ; EH = 77 ; HF = 85. EFGH est-il un rectangle ?

Exercice

Exercice 7
ABCD est un parallélogramme tel que : AD = 6,5 ; BD = 6,6 ; AC = 11,3.
ABCD est-il un losange ?

Exercice

Exercice 3

Les triangles suivants sont-ils des triangles rectangles ? si oui, quelle en est l'hypoténuse ?

1. Le triangle ABC est-il rectangle ? AB = 10,8 ; AC = 14,4 et BC = 18
2. Le triangle DEF est-il rectangle ? DE = 78 ; EF = 160 et DF = 177
3. Le triangle MNO est –il rectangle ? MN = 12 ; NO = 20,9 et MO = 24,1