

STATISTIQUE

I) Vocabulaire, effectif et fréquence

1. Vocabulaire

Lorsqu'on réalise une enquête, on étudie des caractères propres à chaque *individu*.

L'ensemble des individus est appelé la *population*.

Le caractère peut être *qualitatif* (couleur des cheveux, sport pratiqué,...) ou *quantitatif* (taille, âge,...)

L'ensemble des données collectées s'appelle une *série statistique*.

2. Effectifs et fréquences

Définitions :

- L'effectif d'une donnée est ... *le nombre de fois où apparaît la donnée*
- L'effectif total de la série est ... *le nombre total de données de la série*
- La fréquence d'une donnée est ... *l'effectif de la donnée divisé par l'effectif total.*

Propriétés :

- Effectif et fréquence sont des nombres positifs sans unité
- La fréquence d'une donnée est un nombre (sans unité) compris entre 0 et 1.

Remarque : la fréquence d'une donnée peut être exprimée en pourcentage

Page 1

II) Représenter et lire des données statistiques

1. Tableau des effectifs et/ou fréquences et regroupement par classes

On peut organiser les données recueillies lors d'une enquête dans un *tableau d'effectifs*.

Exemple : On a demandé aux élèves d'une classe de 5^{ème} s'ils avaient une console de jeux vidéo et, si oui, laquelle. Voici les réponses obtenues :

Wii – pas de console – Xbox – Wii – Wii – pas de console – Xbox – Nintendo DS – Nintendo DS – Wii – PlayStation – Wii – pas de console – Xbox – Wii – Nintendo DS – Nintendo DS – Nintendo DS – Nintendo DS – pas de console – pas de console – pas de console – Nintendo DS.

- ▶ La population étudiée est ... *les élèves de la classe de 5^{ème}*.
- ▶ Le caractère étudié est ... *la marque de leur console*..., il est de type *qualitatif*...
- ▶ Le tableau des effectifs et fréquences est :

Modèle	Pas de console	Wii	Xbox	Nintendo DS	Playstation	TOTAL
Effectif	6	6	3	8	1	24
Fréquence (en %)	$\frac{6}{24} = 0,25 = 25\%$	$\frac{6}{24} = 25\%$	$\frac{3}{24} = 12,5\%$	$\frac{8}{24} \approx 33\%$	$\frac{1}{24} \approx 4\%$	100%

Quand les valeurs du caractère étudié sont trop nombreuses, on peut les regrouper en *classes*.

L'*amplitude d'une classe* est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs de cette classe.

Remarque : De la même manière, on peut réaliser un tableau de fréquences.

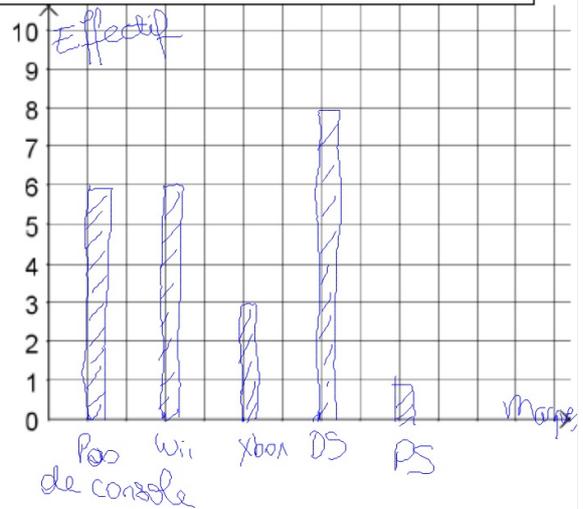
Page 2

2. Diagrammes

a. Diagramme en bâtons ou en barres

Définition : Un diagramme en bâtons est composé de bâtons de même largeur et dont la hauteur est **proportionnelle aux effectifs** (ou fréquences) qu'ils représentent.

► Le diagramme en bâton correspondant à l'exemple du cours est :



b. Diagramme circulaire

Définition : Un diagramme circulaire est un disque partagé en secteurs circulaires.

L'angle de chaque secteur circulaire est **proportionnel à l'effectif** qu'il représente.

► Pour tracer le diagramme circulaire correspondant à l'exemple du cours il faut, dans un premier temps compléter le tableau de proportionnalité suivant :

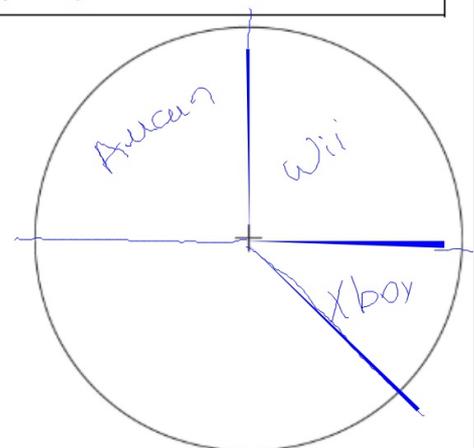
Modèle	Aucun	Wii	Xbox	DS	PS	TOTAL
Effectif	6	6	3	8	1	24
Angle (en °)	90	90	45	120	15	360

Produit en croix : $360 \times 6 : 24 = 90$

$360 \times 3 : 24 = 45$

$360 \times 8 : 24 = 120$

$360 \times 1 : 24 = 15$



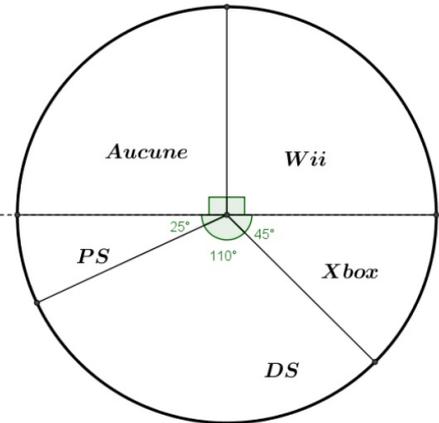
b. Diagramme circulaire

Définition : Un diagramme circulaire est un disque partagé en secteurs circulaires.

L'angle de chaque secteur circulaire est proportionnel à l'effectif qu'il représente.

► Pour tracer le diagramme circulaire correspondant à l'exemple du cours il faut, dans un premier temps compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Modèle	Aucun	Wii	Xbox	DS	PS	TOTAL
Effectif	6	6	3	8	1	24
Angle (en °)	* 90°	90°	45°	110°	75°	360



* Produit en croix :

$$360 \times 6 : 24 = 90$$

$$360 \times 6 : 24 = 90$$

$$360 \times 3 : 24 = 45$$

$$360 \times 8 : 24 = 110$$

$$360 \times 1 : 24 = 15$$

c. Histogramme

Définition : Un histogramme permet de représenter une série de données regroupées en classes.

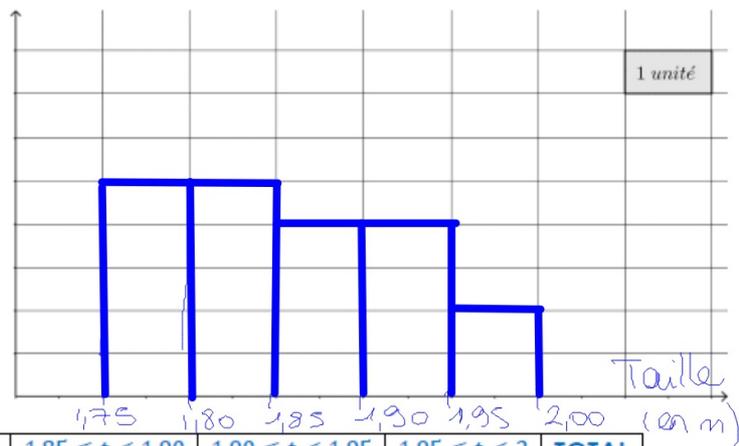
Chaque classe est représentée par un rectangle dont l'aire est proportionnelle à l'effectif.

Remarque : Lorsque toutes les classes ont même amplitude, les rectangles ont même largeur et leur hauteur est alors proportionnelle à l'effectif de la classe qu'il représente.

Exemple : On a relevé la taille (en m) des joueurs d'un club de rugby :

1,92 - 1,79 - 1,80 - 1,85 - 1,79 - 1,84 - 1,90
 - 1,84 - 1,88 - 1,75 - 1,82 - 1,85 - 1,80 -
 1,78 - 1,91 - 1,88 - 1,75 - 1,97 - 1,97 - 1,92

► Compléter le tableau des effectifs, répartis en classe ci-dessous puis tracer l'histogramme correspondant :



Taille t (m)	1,75 ≤ t < 1,80	1,80 ≤ t < 1,85	1,85 ≤ t < 1,90	1,90 ≤ t < 1,95	1,95 ≤ t < 2	TOTAL
Effectif	5	5	4	4	2	20

1,75 → 1,79 | 1,80 → 1,84
 1,85 → 1,89

DEVOIR : finir les graphiques

20 Un professeur demande à chacun des élèves d'une classe de choisir un chiffre au hasard. Voici leurs réponses :

p 180

9 1 5 3 2 5 9 7 1 0 1 5
3 6 2 7 1 9 1 0 5 4 4 0

- a. Regrouper ces données dans un tableau d'effectifs.
b. Pour chaque chiffre, calculer la fréquence correspondante. L'exprimer sous forme d'une fraction simplifiée, puis d'un pourcentage (si nécessaire, arrondir au dixième).

Chiffre choisi	0	1	2	3	4	5	6	7	9
Effectif	3	5	2	2	2	4	1	2	3
Fréquence	$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$	$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$
Fréquence (%)	12,5%	20,83%	8,33%	8,33%	8,33%	16,66%	4,16%	8,33%	12,5%

$$\frac{3}{24} = \frac{3 \times 1}{3 \times 8} = \frac{1}{8}$$

Page 7

ACTIVITE : COMPARER DEUX SERIES STATISTIQUES

Les deux groupes d'élèves d'une classe de 6^e ont été évalués en cours de technologie. Voici les deux séries de notes obtenues :

Groupe A : 19 5 15 8 4 19 17 17 6 17 7 16 6 \Rightarrow 13 notes
Groupe B : 18 14 7 9 19 8 19 13 10 13 7 14 8 9 \Rightarrow 14 notes

Les élèves se demandent quel groupe est le « meilleur ».

1. Calculer la moyenne de chaque groupe. En comparant les moyennes des deux groupes, quel groupe est le « meilleur » ?

$$\text{moy}_A = (19 + 5 + \dots + 6) : 13 = 12$$

$$\text{moy}_B = (18 + 14 + \dots + 9) : 14 = 12.$$

Ils ont la même moyenne.

Page 8

ACTIVITE : COMPARER DEUX SERIES STATISTIQUES

Les deux groupes d'élèves d'une classe de 6^e ont été évalués en cours de technologie. Voici les deux séries de notes obtenues :

Groupe A : 19 5 15 8 4 19 17 17 6 17 7 16 6 \Rightarrow 13 notes
 Groupe B : 18 14 7 9 19 8 19 13 10 13 7 14 8 9 \Rightarrow 14 notes

Les élèves se demandent quel groupe est le « meilleur ».

2. a. Ranger toutes les notes du groupe A dans l'ordre croissant. Entourer la note qui se trouve alors « au milieu » de la série, c'est-à-dire qu'il y a dans cette liste autant de notes avant celle-ci qu'après. Ce nombre est appelé la médiane de la série de notes du groupe A.

4 | 5 ; 6 ; 6 ; 7 ; 8 ; 15 ; 16 ; 17 ; 17 ; 17 ; 19 ; 19
 (6 notes) (6 notes)

b. Ranger toutes les notes du groupe B dans l'ordre croissant et proposer un nombre pouvant être la médiane du groupe B.

7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 10 ; 13 ; 13 ; 14 ; 14 ; 18 ; 19 ; 19
 méd. = $(10 + 13) : 2 = 11,5$

c. En comparant les médianes des deux groupes, quel groupe est le « meilleur » ?

La médiane du groupe A est plus élevée, le meilleur groupe est donc le A.

ACTIVITE : COMPARER DEUX SERIES STATISTIQUES

Les deux groupes d'élèves d'une classe de 6^e ont été évalués en cours de technologie. Voici les deux séries de notes obtenues :

Groupe A : 19 5 15 8 4 19 17 17 6 17 7 16 6
 Groupe B : 18 14 7 9 19 8 19 13 10 13 7 14 8 9

moins bon meilleur

Les élèves se demandent quel groupe est le « meilleur ».

3. Quelle est la différence entre la note la plus petite et la note la plus grande de chacun des deux groupes ?

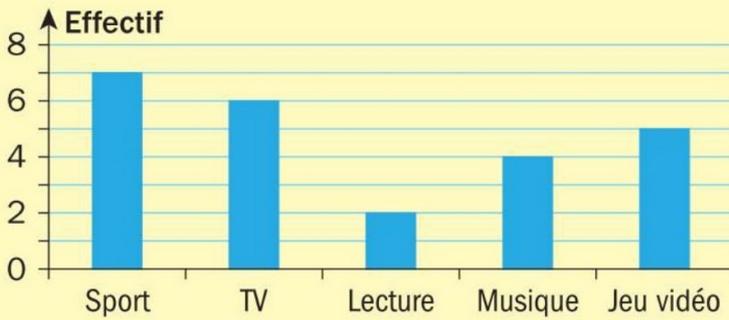
Cette différence est appelée l'étendue de la série de notes de chacun des deux groupes.

En comparant les étendues des deux groupes, quel groupe est le « meilleur » ?

étendue A : $19 - 4 = 15$

étendue B : $19 - 7 = 12$

28 Voici un diagramme représentant les loisirs préférés des élèves d'une classe.



- a. Combien d'élèves préfèrent écouter de la musique ? 4
 b. Quel est l'effectif total de cette classe ?

$$7 + 6 + 2 + 4 + 5 = 24.$$

15 Dans une classe, on a relevé le nombre de frères et sœurs pour chaque élève.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	TOTAL
Effectif	4	5	10	7	1	0	27

- a. Quel est l'effectif total de cette classe ? $4 + 5 + 10 + 7 + 1 + 0$
 b. Quel est le caractère étudié dans cette population ? Est-il quantitatif ou qualitatif ?
 c. Calculer les fréquences correspondantes sous forme d'une fraction simplifiée.

$$f = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

Méthode 2. Médiane

Etape 1: On range les valeurs par ordre

Croissant

Etape 2:

Cas 1: Effectif impair
La médiane sera la valeur du "milieu"

Cas 2: effectif pair
La médiane est la moyenne des 2 valeurs du "milieu"

III) Indicateurs de position

1. Moyenne

Définition: La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de chacune des valeurs de la série par l'effectif total de la série.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{Somme des valeurs}}{\text{effectif total}} \quad \text{ou} \quad \text{moyenne pondérée} = \frac{\text{Somme (valeurs} \times \text{effectif)}}{\text{effectif total}}$$

Voir Activité: comparer deux séries statistiques

Cas particulier: moyenne pondérée

Voici les effectifs des membres d'un club de handball selon leur âge :

Âge	12 ans	13 ans	14 ans	15 ans
Effectif	3	9	11	1

► Pour calculer l'âge moyen des membres du club on calcule :

$$\frac{12 \times 3 + 13 \times 9 + 14 \times 11 + 15 \times 1}{(3 + 9 + 11 + 1)} \approx 13$$

En moyenne, les membres du club ont 13 ans

2. Médiane

Définition : La médiane d'une série statistique est une valeur telle que :

- Au moins la moitié des valeurs de la série y sont inférieures ou égales
- Au moins la moitié des valeurs de la série y sont supérieures ou égales

Conséquence : La médiane d'une série statistique partage la série en deux sous-séries de même effectif.

- Toutes les données de la première sous-série sont inférieures ou égales à la médiane.
- Toutes les données de la deuxième sous-série sont supérieures ou égales à la médiane.

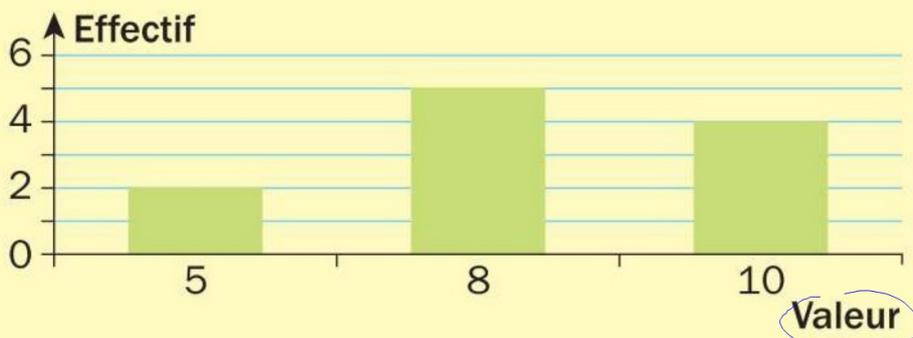
Voir Activité : comparer deux séries statistiques

IV) Indicateur de dispersion : l'étendue

Définition : L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite des valeurs de la série.

Voir Activité : comparer deux séries statistiques

30 Déterminer la moyenne, l'étendue et la médiane de la série représentée ci-dessous.



$$\uparrow \frac{196}{\quad}$$

$$\frac{34 \times 196}{\quad}$$

$$\text{étendue : } 10 - 5 = 5$$

$$\text{moyenne : } \text{moy} = \frac{5 \times 2 + 8 \times 5 + 10 \times 4}{2 + 5 + 4} = \frac{90}{11} \approx 8,18$$

Médiane.

$$5, 5, 8, 8, 8, \boxed{8}, 8, 10, 10, 10, 10$$

↑
médiane

34 Les 6 salariés d'une PME ont pour salaires mensuels : 1 650 € ; 2 100 € ; 6 500 € ; 1 950 € ; 2 200 € ; 1 770 €.

↑ 196

- Calculer la moyenne de ces salaires.
- Déterminer leur médiane.
- Expliquer pourquoi ces deux valeurs sont très différentes.

Le salaire de 6500€ fait augmenter la moyenne.

$$a) \text{ moy} = \frac{1650 + 2100 + 6500 + 1950 + 2200 + 1770}{6}$$

moy = 2695 La moyenne des salaires est de 2695€.

b) 1650, 1770, 1950, 2100, 2200, 6500
 $(1950 + 2100) : 2 = 2025$ La médiane est 2025€

35 Le tableau suivant donne les caractéristiques de la série statistique des salaires mensuels dans quatre entreprises différentes.

↑ 196

Entreprise	Moyenne	Médiane	Étendue
A	2 100 €	2 000 €	1 800 €
B	1 800 €	2 100 €	2 000 €
C	2 000 €	1 800 €	2 100 €
D	1 900 €	1 900 €	1 700 €

► Associer chacune des phrases suivantes à l'entreprise qui convient.

- « Il y a 2 000 € d'écart entre le plus haut salaire et le plus bas salaire. »
- « Si le salaire était le même pour tous, il serait de 2 000 €. »
- « Le salaire médian est égal au salaire moyen. »
- « La moitié des salaires est inférieure à 2 000 € et l'autre supérieure à 2 000 €. »

→ étendue = 2000 → entreprise B
 → moyenne = 2000 → entreprise C
 → moyenne = médiane → D
 → médiane = 2000 → A

22 Voici la répartition des salaires des employés de deux fabricants de matériel pour sports de glisse selon leur catégorie :



Entreprise	Bosurf		Plancharoulette	
	Cadre	Ouvrier	Cadre	Ouvrier
Salaire moyen	1 600 €	1 200 €	1 700 €	1 300 €
Effectif	500	500	200	800

$$\uparrow 180$$

Bosurf :

$$\text{moy} = \frac{500 \times 1600 + 500 \times 1200}{500 + 500}$$

$$\text{moy} = 1400$$

En moyenne, on est payé 1400 €.

a. Pour chaque catégorie, dans quelle entreprise les salaires semblent être les plus élevés ?

b. Calculer la moyenne des salaires de chaque entreprise. Comparer les résultats à la réponse donnée à la question a. et expliquer la différence.

chez Plancharoulette pour les cadres et pour les ouvriers.

Plancharoulette : $\text{moy} = \frac{200 \times 1700 + 800 \times 1300}{200 + 800} = 1380$
 En moyenne on est payé 1380 €

40 Moyenne de moyennes ■ ■ ■

CALCULER avec différentes procédures.

Dans une classe de 29 élèves, il y a 7 garçons et 22 filles. En mathématiques, la moyenne des garçons est 7, celle des filles est 11.

► Quelle est la moyenne de la classe ?

$$\frac{(7 \times 7 + 22 \times 11)}{29} \approx 10,03$$

$$7 \text{ p } 191 + 8 \text{ p } 177$$

$$\uparrow 198$$

8 Le tableau suivant donne le nombre de membres par catégorie dans un club de basket.

a. Représenter les données de ce tableau à l'aide d'un diagramme circulaire.

Pour cela, reproduire et compléter le tableau suivant.

Catégorie	Poussins	Benjamins	Minimes	Cadets	Total
Effectif	28	34	26	12	100
Angle (en °)	101°	122	93	43	360

b. Que peut-on dire de la répartition des membres de ce club par catégorie ?

$$28 + 34 + 26 + 12 = 100$$

p 177

$$\frac{360 \times 12}{100} \approx 43$$

$$\frac{26 \times 360}{100} \approx 93$$

$$\frac{34 \times 360}{100} \approx 122$$

$$\frac{28 \times 360}{100} \approx 101$$

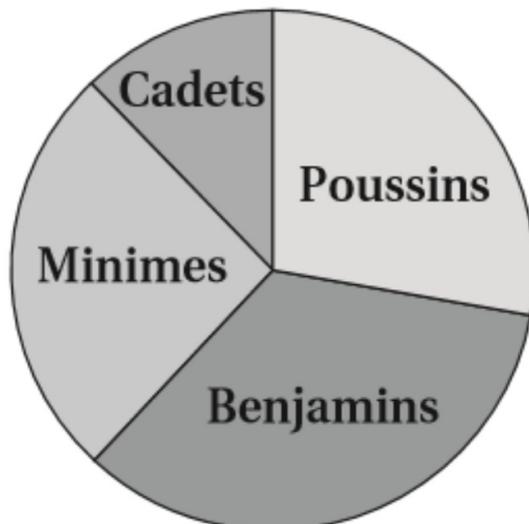
8 Le tableau suivant donne le nombre de membres par catégorie dans un club de basket.

a. Représenter les données de ce tableau à l'aide d'un diagramme circulaire.

Pour cela, reproduire et compléter le tableau suivant.

Catégorie	Poussins	Benjamins	Minimes	Cadets	Total
Effectif	28	34	26	12	...
Angle (en °)	360

b. Que peut-on dire de la répartition des membres de ce club par catégorie ?



7 On a relevé les prix de vente d'un même jeu dans différents magasins.

18,20 € • 19,90 € • 19,05 € • 20,50 € • 17,25 € • 23,15 € • 20,00 € • 23,95 €

► Calculer le prix moyen et déterminer le prix médian de ce jeu.

$$\text{moy} = \frac{18,20 + 19,90 + \dots + 23,95}{8}$$

Prix médian. ① On range les prix dans l'ordre croissant:

17,25 ; 18,20 ; 19,05 ; 19,90 ; 20 ; 20,5 ; 23,15
23,95

↑
Me (médiane)

$$Me = \frac{19,90 + 20}{2} = 19,95$$

39 Un professeur de SVT a demandé à tous les élèves d'une classe de faire germer des graines de blé chez eux. Le tableau suivant donne les tailles des plantules des 29 élèves, 10 jours après la mise en germination.



a bien respecté le protocole si la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 10 cm. Quel pourcentage des élèves a respecté le protocole ?
Le professeur a lui aussi fait l'expérience en suivant le même protocole. Justifier que, si on applique le protocole du professeur à cette série, le résultat ne changera pas.

D'après Brevet 2013.

Taille (en cm)	0	8	12	14	16	17
Effectif	1	2	2	4	2	2
Taille (en cm)	18	19	20	21	22	
Effectif	3	3	4	4	2	

↑ 197

$$\text{moy} = \frac{0 \times 1 + 8 \times 2 + 12 \times 2 + \dots + 22 \times 2}{29}$$

$$\text{moy} \approx 16,6$$

$$\text{étendue} = 22 - 0 = 22$$

- a. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ? → 5 plantes
- b. Calculer l'étendue de cette série, puis la moyenne arrondie au dixième.
- c. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

39 Un professeur de SVT a demandé à tous les élèves d'une classe de faire germer des graines de blé chez eux. Le tableau suivant donne les tailles des plantules des 29 élèves, 10 jours après la mise en germination.



Taille (en cm)	0	8	12	14	16	17
Effectif	1	2	2	4	2	2
Taille (en cm)	18	19	20	21	22	
Effectif	3	3	4	4	2	

a. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

b. Calculer l'étendue de cette série, puis la moyenne arrondie au dixième.

c. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

d. Un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm. Quel pourcentage des élèves a bien respecté le protocole ?

e. Le professeur a lui aussi fait l'expérience en suivant le même protocole. Justifier que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

D'après Brevet 2013.

d) $29 - 5 = 24$
 $\frac{24}{29} \approx 0,827 \approx 82,7\%$
 ↑
 taille ≥ 14 cm

9 valeurs ≤ 12 valeurs + Me + 14 valeurs
 médiane
 $0; 8; 8; 12; 12; 14; 14; 14; 14; 16; 16; 17; 17; 18; 18; 18; 19; 19; 19; 20; 20; 20; 20; 21; 21; 21; 21; 22; 22$

Lors d'un stage des jeunes espoirs du basket français, on a mesuré toutes les joueuses. Leurs tailles, en cm, sont les suivantes :

165 ~~175~~ ~~187~~ 165 ~~178~~ ~~177~~ 170
 181 ~~174~~ 184 171 ~~176~~ ~~174~~ 166



58 ■■■ Calculer la taille moyenne de ces basketteuses.

59 ■■■ Déterminer la taille médiane de ces basketteuses.

$(165 + 175 + 187 + 165 + 178 + 177 + 170 + 181 + 174 + 184 + 171 + 176 + 174 + 166) \div 14 = 174,5$
 La moyenne est de 174,5 cm
 (59) 165 / 165 / 166 / 170 / 171 / 174 / 174 / 175 / 176 / 177 / 178 / 181 / 184 / 187