ACTIVITE 1

Guerrier

NextMars - Fotolia

Mage

debbiejew - Fotolia

Chasseur

NextMars - Fotolia

Je commence avec 50 points et je ne gagne pas d'autres points au cours du jeu.	Je commence avec 0 point et je gagne 3 points par niveau.	Je commence avec 20 points et je gagne 2 points par niveau.

1. Compléter le tableau suivant.

×3

Niveau du jeu	0	1	5	10	15	25
Force du guerrier (en points)	50	50	50	50	50	50
Force du mage (en points)	0	3	15*	30	45	75
Force du chasseur (en points)	20	22	30**	40	50	70

*3×5

** 20+2×5

G: Non
M: Oui : ×3
C: Non.

2. Pour chacun des personnages, sa force est-elle proportionnelle au niveau du jeu ? Si oui, quel est le coefficient de proportionnalité ?

3. Chacune des trois fonctions ci-dessous permet de calculer **la force d'un personnage en fonction le niveau du jeu**. Relier chaque fonction à un personnage.

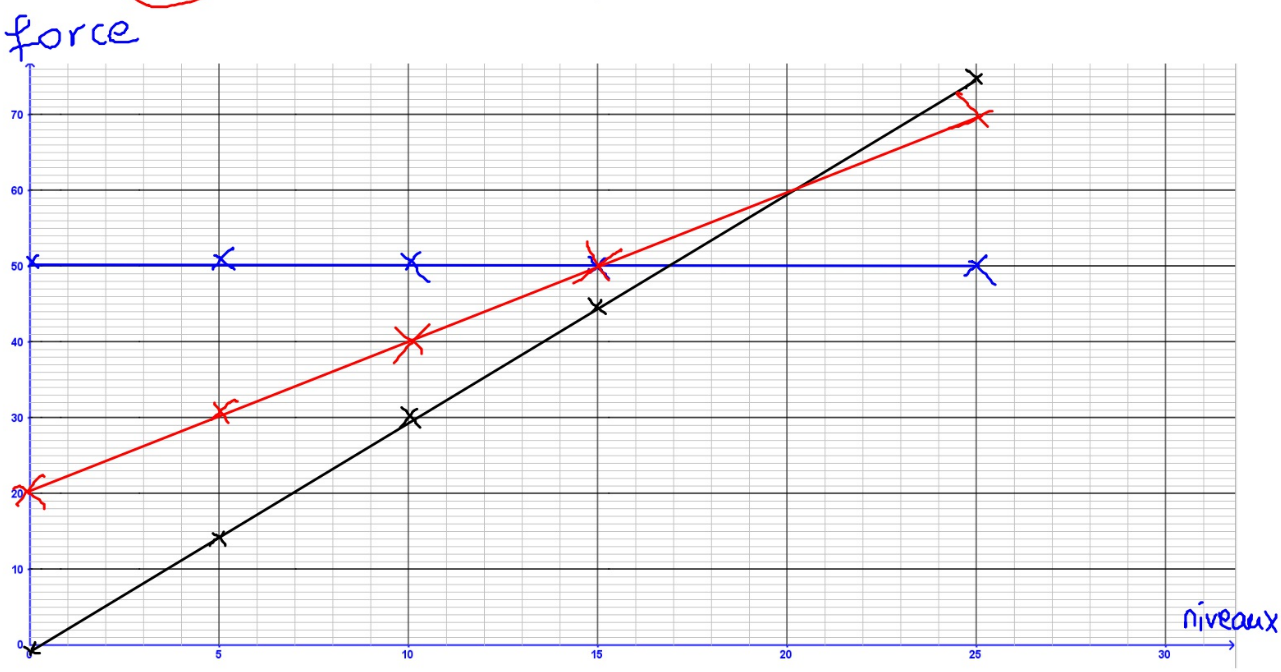
• $f(x) = 3x$	• $g(x) = 50$	$h(x) = 20 + 2x$
• Guerrier	• Mage	• Chasseur

x

On dit que ces fonctions modélisent la force du guerrier, celle du mage et celle du chasseur.

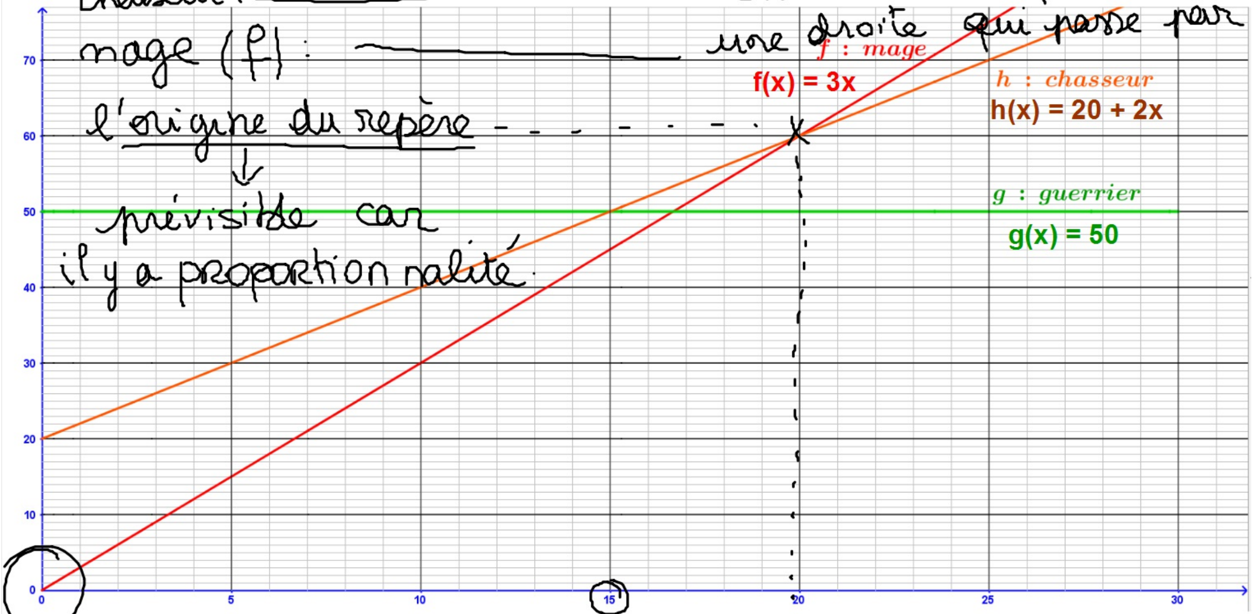
Questions 4 et 5.

Niveau du jeu	0	~~1~~	5	10	15	25
Force du guerrier (en points)	50	~~50~~	50	50	50	50
Force du mage (en points)	0	~~3~~	15	30	45	75
Force du chasseur (en points)	20	~~22~~	30	40	50	70



4. Utiliser le tableau de valeurs de la question 1. pour tracer, dans le même repère, les représentations graphiques des fonctions f, g et h.
Que constate-t-on ? Pourquoi pouvait-on le prévoir pour la fonction f ?

guerrier : sa courbe représentative est une droite horizontale
chasseur : ______ une droite qui "monte".
mage (f) : ______ une droite qui passe par l'origine du repère
↓
prévisible car il y a proportionnalité.

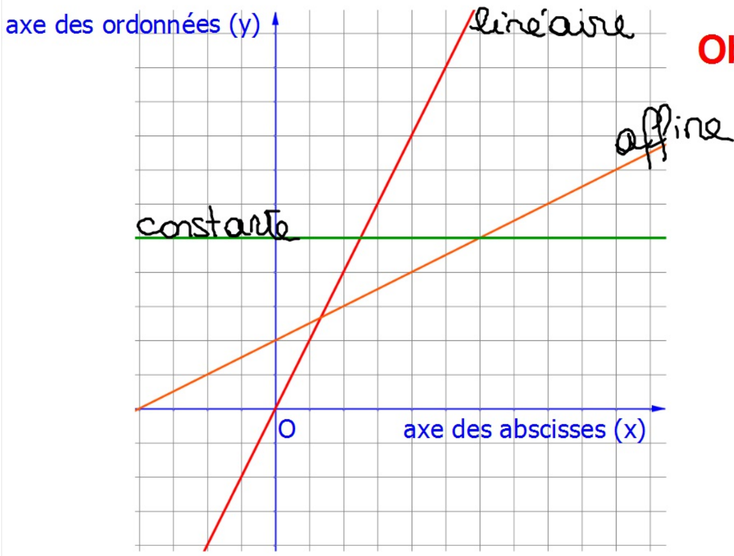


5. Déterminer, à l'aide du graphique, le niveau à partir duquel le mage devient le plus fort des trois personnages.

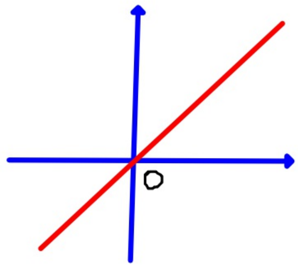
Guerrier : le plus fort jusqu'au niveau 15 : sa droite est "au-dessus" des deux
Mage : au-delà du niveau 20 : " "

Faisons le bilan : Une fonction représentant une **situation de proportionnalité** est appelée **fonction linéaire**.

Fonction	Vocabulaire	Représentation graphique
$f(x)=3x$ (mage)	fonction linéaire proportionnalité	droite passant par l'origine du repère
$g(x)=50$ (guerrier)	fonction constante	droite horizontale
$h(x)=20+2x$ (chasseur)	fonction affine	droite



Observations graphiques :



Fonctions Lineaires

I. Définition et propriété

Définition : Une ***fonction linéaire*** est une fonction qui, à un nombre x fait correspondre un nombre $a \times x$ où a est un nombre donné.
On la note $f(x) = a \times x = ax$ ou $f : x \longmapsto a \times x$

Propriété : Toute ***situation de proportionnalité*** de rapport $\boldsymbol{a}$ peut être modélisée par la fonction linéaire $f(x) = a \times x$

Exemple : La fonction f qui, à un nombre, associe son double ($\times 2$) est une fonction linéaire.
Elle se note $f(x) = 2x$ ou $f : x \longmapsto 2x$

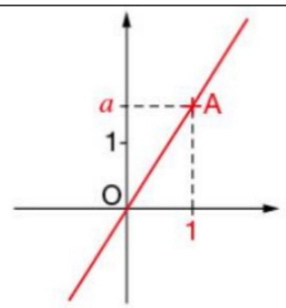
II. Représentation graphique

1) Propriétés

Propriété 1 : Dans un repère, la ***représentation graphique*** de la fonction linéaire $f : x \longmapsto ax$ est constituée de ***tous les points de coordonnées*** $(x ; ax)$

Propriété 2 : Dans un repère, la ***représentation graphique*** de la fonction linéaire $f : x \longmapsto ax$ est la droite (OA), où :

- $\boldsymbol{O}$ est l'origine du repère
- $\boldsymbol{A}$ le point de coordonnées $(1 ; a)$



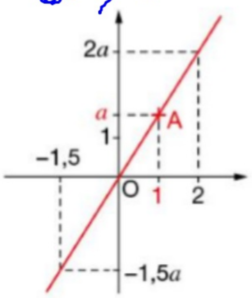
Réciproquement, toute droite passant par l'origine du repère est différente de l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction affine.

3 p 283 et 2 p 283.

2) Vocabulaire

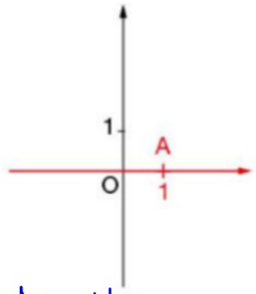
On dit que a est le ***coefficient directeur de la droite*** (OA) : ce nombre indique la direction (ou pente) de la droite.

$a > 0$



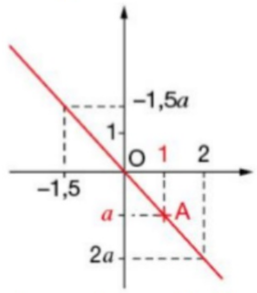
droite qui "monte"

$a = 0$



droite confondue avec l'axe des abscisses

$a < 0$



droite "descend"

p 283

2 Soit f la fonction linéaire de coefficient 4.

▶ Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-contre.

$f(x) = 4 \times x$

$f(x) = 4x$

x	-3	$-0,5$	0	$\frac{5}{4}$	2
$f(x)$	-12	-2	0	5	8

Quand $x = -3$; $f(-3) = 4 \times (-3) = -12$

$f(-0,5) = 4 \times (-0,5) = -2$

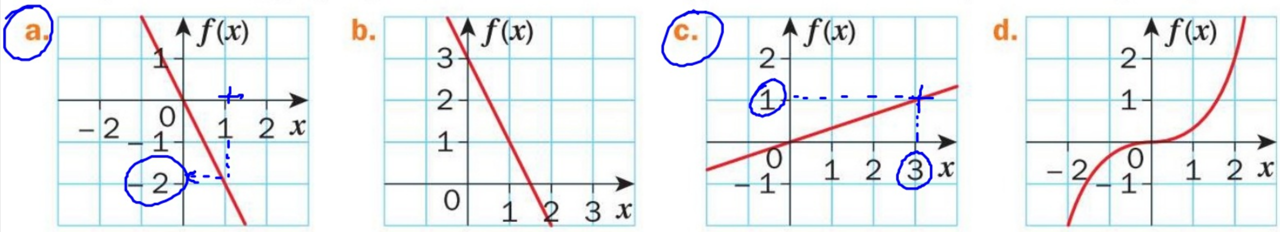
$f\left(\frac{5}{4}\right) = \cancel{4} \times \frac{5}{\cancel{4}} = 5$

$f(x) = 8$

$4 \times x = 8$

$x = 2 \quad) : 4$

3 Pour chaque graphique, indiquer si la courbe représente ou non une fonction linéaire. Si oui, déterminer graphiquement son coefficient, puis donner son expression algébrique.



a) oui car c'est une droite qui passe par l'origine du repère. Coeff $= -2 \Rightarrow f(x) = -2x$

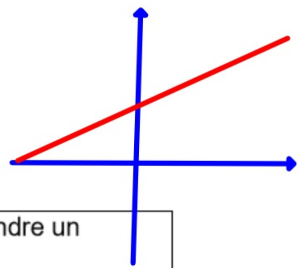
p 283

b) non car la droite ne passe pas par l'origine du repère

c) Oui car ... : $f(3) = 1 = 3 \times a$ donc $a = \frac{1}{3} \left(\frac{\text{ordonnée}}{\text{abscisse}} \right)$

$f(x) = \frac{1}{3}x$

d) non car ce n'est pas une droite.



Fonctions Affines

I. Définition

1) Fonction affine

Définition : Une ***fonction affine*** est une fonction qui, à un nombre x fait correspondre un nombre , où a et b sont des nombres donnés.

On la note $a \times x + b$ ou

$f(x) = ax + b$ $f : x \longmapsto ax + b$

2) Cas particuliers

Propriétés / définitions :

- Lorsque $b = 0$, $x \mapsto ax$ est une fonction affine particulière : c'est une fonction linéaire
- Lorsque $a = 0$, $x \mapsto b$ est une fonction affine particulière : c'est une fonction constante

Exemples : La fonction f qui, à un nombre, associe la somme de son double et de −5 est une fonction affine. Elle se note $f(x) = 2x - 5$ ou $f : x \longmapsto 2x - 5$

domaine $\boxed{x} \xrightarrow{\times 2} \boxed{2x} \xrightarrow{+(-5)} \boxed{2x - 5}$

II. Représentation graphique

1) Propriétés

Propriété 1 : Dans un repère, la ***représentation graphique*** de la fonction affine $f : x \longmapsto ax + b$ est constituée de ***tous les points de coordonnées*** $(x \,; ax + b)$

Propriété 2 : Dans un repère, la ***représentation graphique*** d'une fonction affine est une droite

5 Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont affines ? Lesquelles sont linéaires ? Indiquer les valeurs de a et b des fonctions affines. $f(x) = a \times x + b$

p 283

a. $f(x) = -x + 1$ $a = -1$; $b = 1$ affine **b.** $g(x) = 3x$ linéaire **c.** $h(x) = -2(x + 3) + 2x$ Constante

d. $j(x) = -x$ linéaire **e.** $k(x) = 5x(x - 1)$ ∅ **f.** $l(x) = -2x\,(x + 2) + 4x$ ∅

c) $h(x) = -2(x+3) + 2x = \cancel{-2x} + (-6) + \cancel{2x} = -6$

$= -2 \times x + (-2) \times 3 + 2x$

e) $k(x) = 5x(x-1) = 5x^2 - 5x$

$5x \times x + 5x \times (-1)$

f) $l(x) = -2x(x+2) + 4x$

$= -2x \times x + (-2x) \times 2 + 4x$

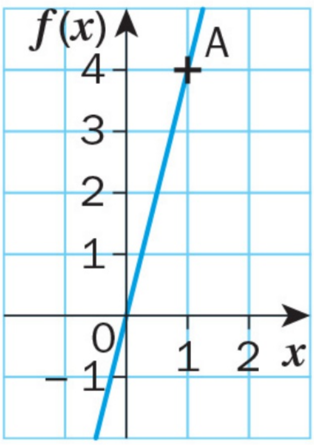
$= -2x^2 \underbrace{-4x + 4x}$

$= -2x^2$

23 Dans chaque cas, donner l'expression algébrique de la fonction linéaire représentée.

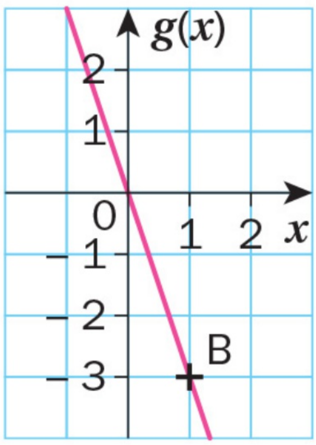
p 287

a.



$f(x) = a \times x$

b.



$a = \frac{4}{1} = 4$

$f(x) = 4x$

$a = -\frac{3}{1} = -3$

$f(x) = -3x$

$f(x) = ax + b$

d est la droite représentative de la fonction f

a est le **coefficient directeur** de la droite d

b est l'**ordonnée à l'origine**

BILAN TP

Partie 1 : Fonctions constantes et linéaires

a = 0

Fonction constante :

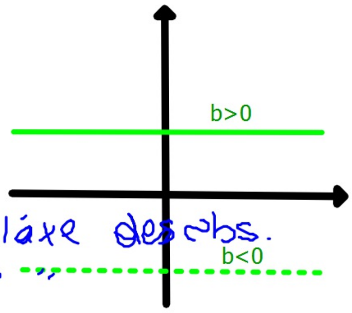
- $f(x) =$ b
-

observations :

lorsque b augmente la droite "monte"

si b > 0, alors la droite est au-dessus de l'axe des abs.

si b < 0, alors " " au-dessous " "



b = 0

Fonction linéaire:

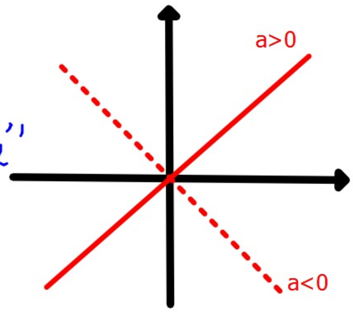
- $f(x) =$ a x
-

observations :

lorsque a augmente la droite est plus "pentue"

si a > 0, alors la droite ↗

si a < 0, alors la droite ↘

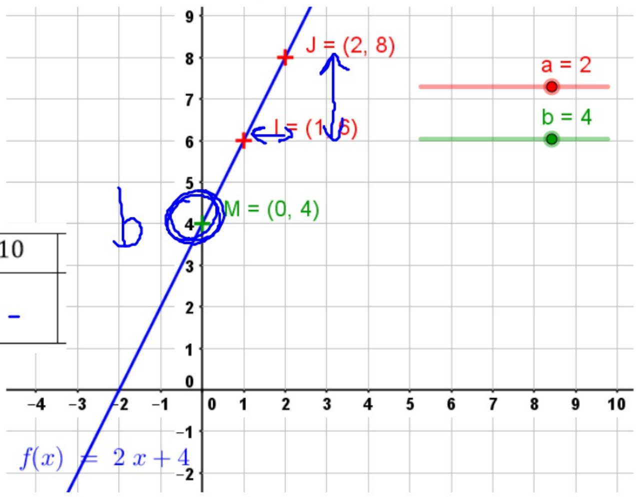


$f(x) = ax + b$

PARTIE 2 : DETERMINER GRAPHIQUEMENT L'EXPRESSION ALGEBRIQUE DE f

1. Coefficient b : ordonnée à l'origine

M est le point d'intersection entre l'axe des ordonnées et la droite d



Valeur de **b**	−10	−5	0	5	10
Ordonnée du point M	−10	−5	...	...	..

2. Coefficient a : coefficient directeur

Expression algébrique de f	$f(x) =$ ..1.x+..4	$f(x) =$ ..3.x+..1
Valeur de a	1	3
Abscisse de I		
Ordonnée de I		
Abscisse de J		
Ordonnée de J		
$\frac{différence\ des\ ordonnées}{différence\ des\ abscisses}$	1	3

$\frac{ordonnée\ du\ point\ J - ordonnée\ du\ point\ I}{abscisse\ du\ point\ J - abscisse\ du\ point\ I}$

$f(x) = ax + b$

CONCLUSION :

Comment déterminer **l'ordonnée à l'origine b** ?

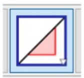
On lit l'ordonné à laquelle la droite coupe l'axe vertical.

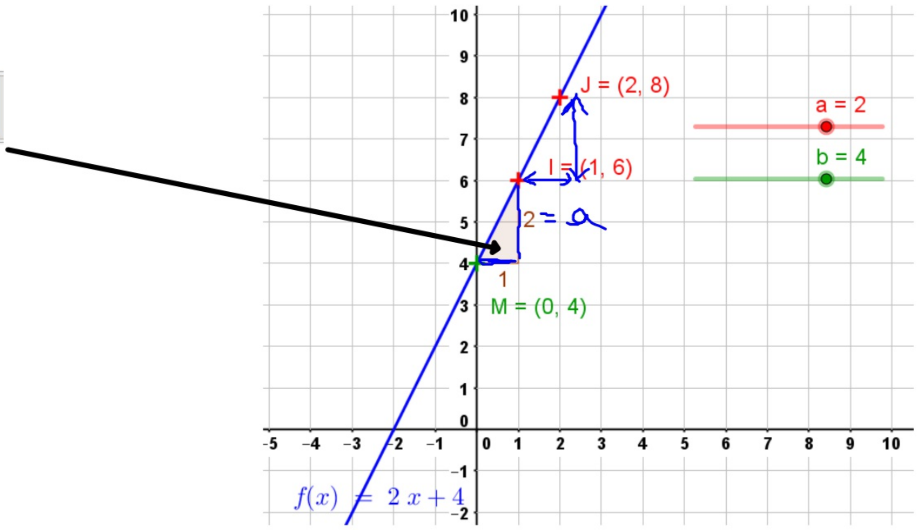
Comment déterminer le **coefficient directeur a** ?

Etape 1 : On trouve 2 points de la droite situés sur le quadrillage

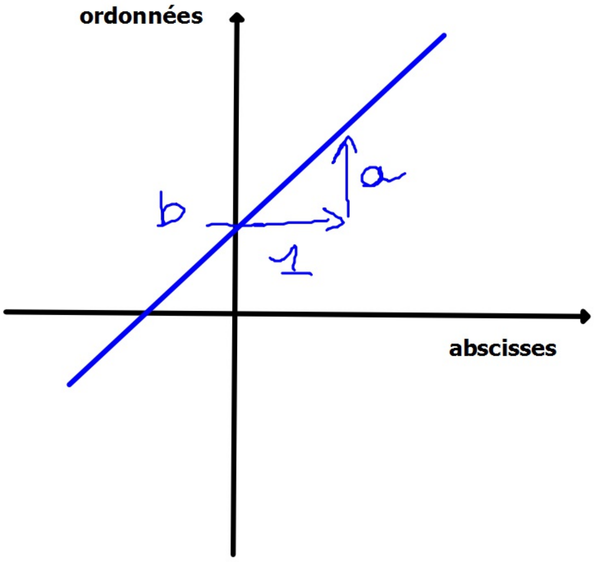
Etape 2 : On calcule $\dfrac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$

Commande "pente" de Geogebra





$f(x)=ax+b$



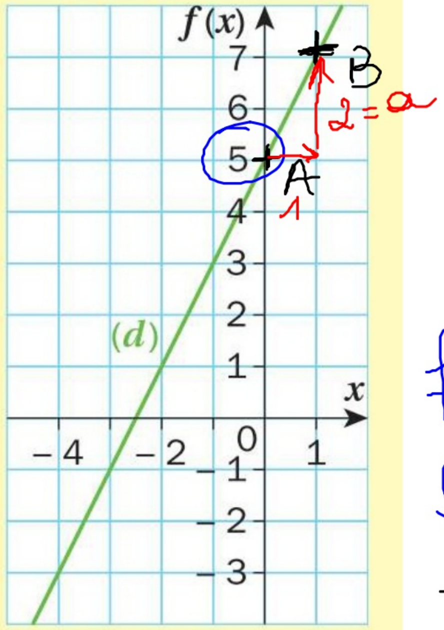
32 La droite (d) représente graphiquement une fonction affine f.

a. Lire graphiquement $f(0)$, $f(-2)$ et $f(-3)$.

b. Lire les antécédents par f de 7 ; −3 et 3.

c. Lire l'ordonnée à l'origine de la droite (d), puis calculer son coefficient directeur.

d. Donner l'expression algébrique de f.



p 288

$f(x) = ax + b$

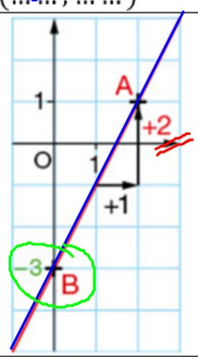
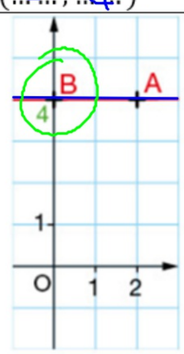
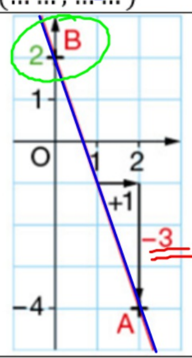
$\Downarrow$

$f(x) = ax + 5$

$\frac{7-5}{1-0} = 2$

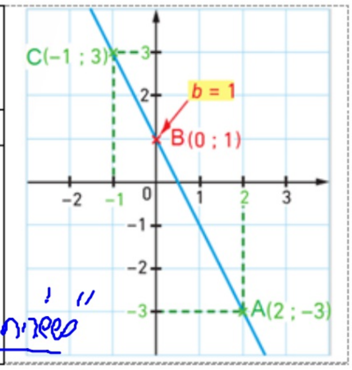
2) Vocabulaire

On dit que a est le **coefficient directeur de la droite** ***représentative de la fonction affine*** et b est *l'ordonnée à l'origine*.

Valeur de a	$a > 0$	$a = 0$	$a < 0$
Fonction	$f(x) = 2x - 3$ $a = 2$ $b = -3$	$g(x) = 4$ $a = 0$ $b = 4$	$h(x) = -3x + 2$ $a = -3$ $b = 2$
Points caractéristiques : la droite passe par …	$A(2\,;\,1)$ et $B(0\,;\,-3)$	$A(2\,;\,4)$ et $B(0\,;\,4)$	$A(2\,;\,-4)$ et $B(0\,;\,2)$
Courbe représentative			
Commentaire	Quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de 2 (= a)	Quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de 0 (= a)	Quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de −3 (a)

2) Accroissements

Propriété 3 : Dans un repère, la ***représentation graphique*** d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est une ***droite*** passant par le ***point B de coordonnées*** ***et de pente a.***



Propriété 4 : f est une fonction affine de la forme $f : x \mapsto ax + b$.
Si x_1 et x_2 sont deux nombres tels que $x_1 \neq x_2$, alors :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

"différence des ordonnées"

"différence des abscisses"

ord. A

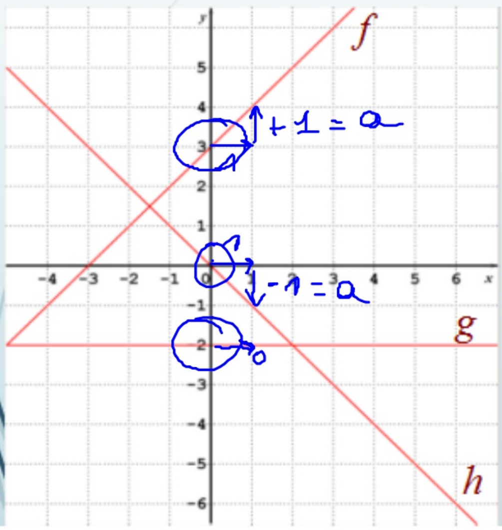
ord. B

ex : $a = \frac{-3 - 1}{2 - 0} = \frac{-4}{2} = -2$

abs. A

QUESTION FLASH : SUITE

QUESTIONS 5, 6 ET 7



Pour chacune des fonctions tracées ci-contre :

- Quelle en est le type ?
- Quelle est l'ordonnée à l'origine ? b
- Quel est le coefficient directeur ? a
- Quelle en est l'expression algébrique ?

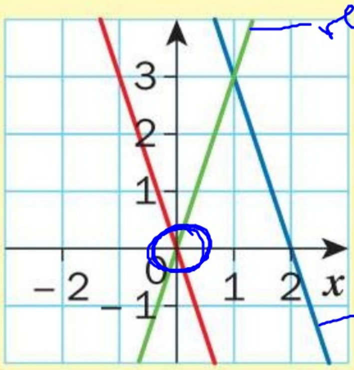
f : affine : $f(x) = ax + b$ | g : constante | h : linéaire

$f(x) = x + 3$ | $g(x) = b$ | $h(x) = ax$

$g(x) = -2$ | $h(x) = -x$

15 Parmi les trois droites représentées ci-contre, laquelle correspond à la fonction $f : x \mapsto -3x$?

$f(x) = \underbrace{-3}_{a}x$



verte

bleu

p 286

fonction linéaire → rouge ou verte

$a = -3$ → rouge.

22 **a.** Déterminer la fonction linéaire f telle que $f(8) = 56$.

b. « Pour représenter graphiquement cette fonction, je n'ai besoin d'effectuer aucun calcul supplémentaire » dit Chloé. A-t-elle raison ?

c. Représenter graphiquement la fonction f.

p 287

linéaire : $f(x) = ax$

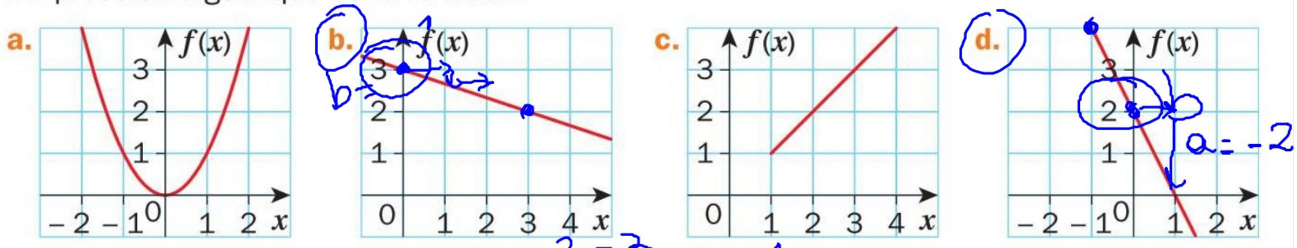
$f(8) = 56$

$f(8) = \boxed{a \times 8 = 56}$

$a = \frac{56}{8} = 7$

DEVOIRS :
6 p 283, 33 p 288

6 Pour chaque graphique, indiquer si la courbe représente ou non une fonction affine. Si oui, déterminer graphiquement le coefficient directeur de cette droite, puis donner l'expression algébrique de la fonction.



$a = \frac{2-3}{3-0} = -\frac{1}{3}$

p 283

Parce que ce sont des droites qui ne passent pas par l'origine.

$f(x) = ax + b$

coeff. directeur

ordonnée à l'origine

$a = \frac{\text{différence ordo}}{\text{diff. abs}}$

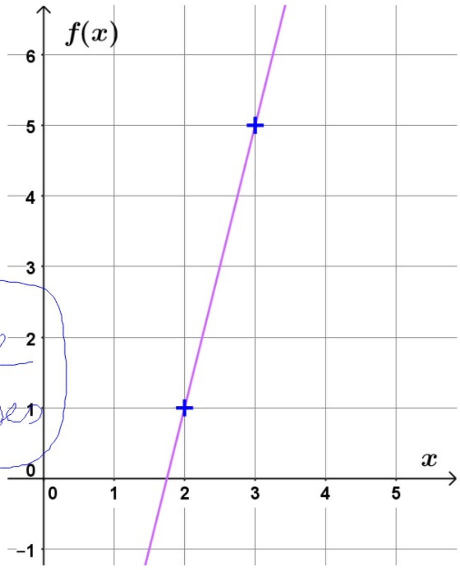
33 La fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est telle que $f(3) = 5$ et $f(2) = 1$. Pour trouver le nombre a, quatre élèves font les calculs suivants.

abs ordonnées

Tess	César	Tom	Elsa
$\frac{5-1}{3-2}$	$\frac{3-2}{5-1}$	$\frac{1-5}{2-3}$	$\frac{5-3}{1-2}$

▶ Qui a raison ? Justifier.

p 288



$$\boxed{a = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}}$$

11 Les tableaux de valeurs suivants correspondent-ils à des fonctions linéaires ? Justifier.

p 286

a.

x	−4	−3	−2
$f(x)$	8	6	−4

×−2 ×−2 ×2

b.

x	0	1	2
$f(x)$	0	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{8}{3}$

$-4 \times \boxed{-2} = 8$

$1 \times \boxed{\frac{-4}{3}} = -\frac{4}{3}$

$2 \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-8}{3}$

FICHE METHODE

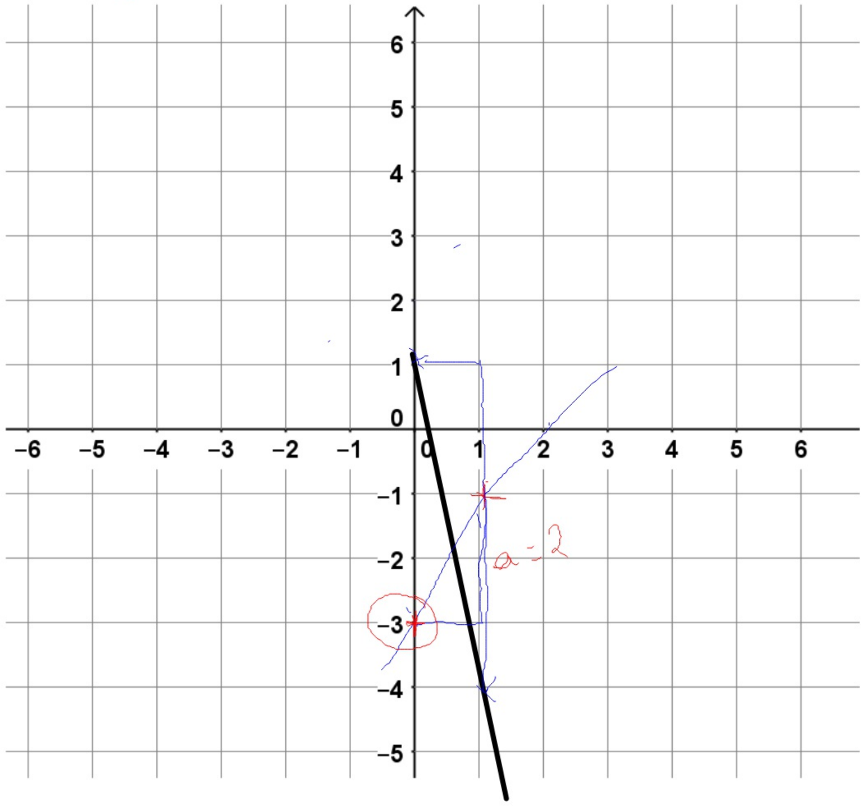
DEVOIRS :

Pour lundi : 35 p 289

EVALUATION : Jeudi prochain 23/03

35 Construire dans un même repère les représentations graphiques des fonctions f, g et h définies par $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = -5x + 1$ et $h(x) = \frac{4}{3}x - 1$.

p 288



40 Un loueur de voitures propose trois contrats :

p 289

- contrat A : forfait de 80 € et 0,12 € par km parcouru ; f_4
- contrat B : forfait de 60 € et 0,15 € par km parcouru ; f_2
- contrat C : forfait de 150 €. $f_3(x) = 150$

▶ Choisir parmi les fonctions suivantes, celle qui modélise chaque contrat :

$f_1 : x \mapsto 150x$ $\quad$ $f_2 : x \mapsto 60 + 0{,}15x$

$f_3 : x \mapsto 150$ $\quad$ $f_4 : x \mapsto \boxed{80} + 0{,}12x$

$f_5 : x \mapsto 80{,}12x$ $\quad$ $f_6 : x \mapsto 80x + 0{,}12$

39 On considère deux fonctions affines :

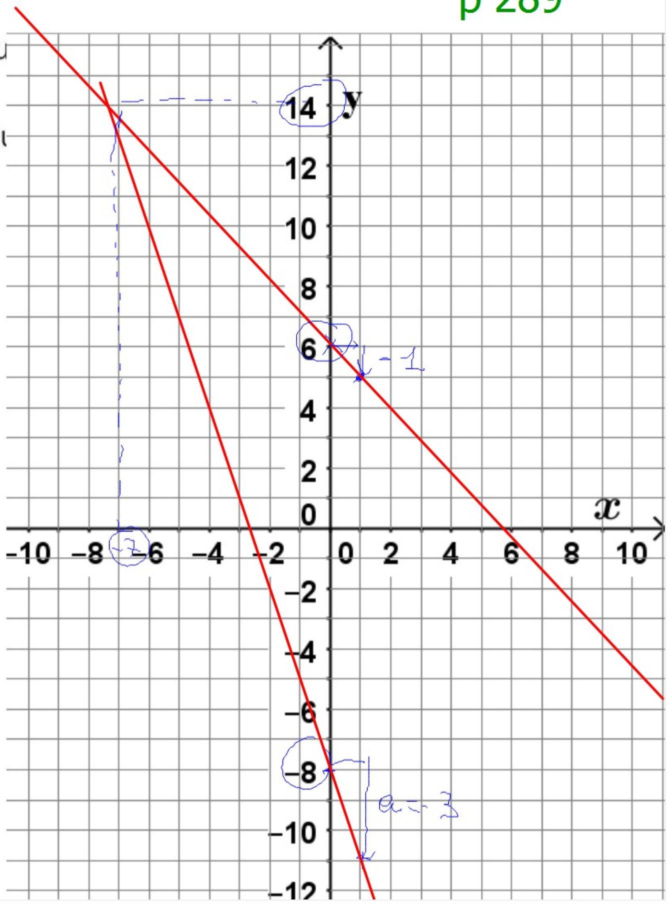
$f : x \mapsto -3x - 8$ et $g : x \mapsto -x + 6.$ $-1x$

a. Tracer leur représentation graphique dans un même repère.

b. Lire sur le graphique les coordonnées de leur point d'intersection. M(-7 ; 14)

c. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
Le résultat était-il prévisible ?

p 289



$f(x) = g(x)$

$-3x - 8 = -x + 6$

$-3x - 8 + x = \cancel{-x} + 6 + \cancel{x}$ $)+x$

$-2x - 8 = 6$

$+8$ $-2x = 14$ $+8$

$:(-2)$ $x = -7$ $:(-2)$

30 Soit la fonction affine $f : x \mapsto -x + 2$.

▶ Recopier et compléter ce tableau de valeurs.

x	-4	-3	0	-2	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
$f(x)$	6	5	2	4	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$

p 288

$f(x) = -x + 2$

$f(-4) = -(-4) + 2 = 4 + 2 = 6$

$f(-3) = -(-3) + 2 = 3 + 2 = 5$

$f(-2) = -(-2) + 2 = 2 + 2 = 4$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2} + 2 = -\frac{3}{2} + \frac{4}{2} = \frac{1}{2}$

$f(x) = 2$

$-x + 2 = 2$

-2 $-x = 0$ -2

$:(-1)$ $x = 0$ $:(-1)$

$f(x) = \frac{3}{2}$

$-x + 2 = \frac{3}{2}$ $\quad -2$

$-x = \frac{3}{2} - 2 = \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{1}{2}$ $\quad :(-1)$

$x = \frac{1}{2}$

43 **1.** Exprimer en fonction de x :

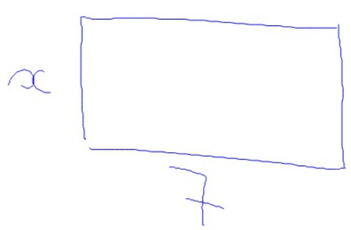
p 289

a. le prix p à payer pour x min de connexion Internet avec un forfait « connexion illimitée » de 25 € ; $p(x) = 25$ constante

b. le cout c de la location d'une planche de surf pour x jours, au tarif de 8 € la journée ; $c(x) = 8x$ linéaire

c. le périmètre $\mathscr{P}$ et l'aire $\mathscr{A}$ d'un rectangle de dimensions x et 7 (en cm). $\mathscr{P}(x) = (x+7) \times 2$; $\mathscr{A}(x) = 7x$ linéaire

2. Pour chacune des situations ci-dessus, donner la nature de la fonction qui la modélise.



$\mathscr{P}(x) = (x+7) \times 2$
$= 2x + 2 \times 7$
$= 2x + 14$ affine.

68 Une station de ski propose deux tarifs pour les forfaits :

- tarif A : 25 € la journée.
- tarif B : abonnement annuel à 80 €, puis 15 € la journée.

On note x le nombre de journées de ski effectuées en une saison.

1. Donner l'expression algébrique :

a. de la fonction f qui modélise le tarif A ;

b. de la fonction g qui modélise le tarif B.

2. Sur une page entière, tracer un repère : sur l'axe des abscisses, 1 carreau représente 1 journée de ski et sur l'axe des ordonnées, 1 carreau représente 20 €.

Dans ce repère, tracer les représentations graphiques des fonctions f et g.

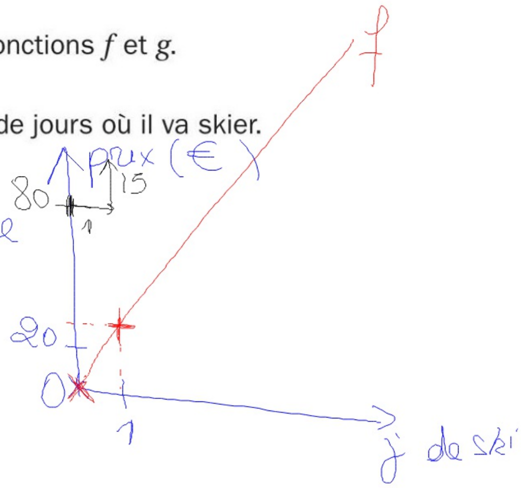
3. Arthur va skier dans cette station.

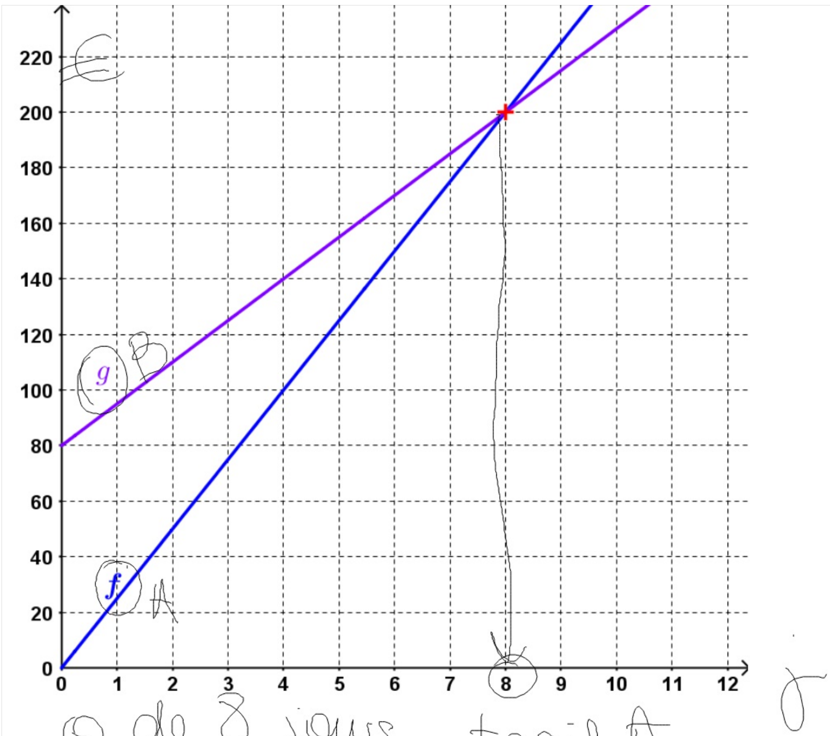
Indiquer le tarif le plus avantageux pour lui selon le nombre de jours où il va skier.

1. a) $f(x) = 25 \times x$ linéaire

b) $g(x) = 15x + 80$

affine





− de 8 jours → tarif A

+ de 8 jours → Tarif B

41 Sandy décide de vendre des CD à la brocante.

Elle vend chaque CD 3 € et doit payer 21 € pour l'emplacement du stand. On note f la fonction qui modélise le bénéfice $f(x)$ réalisé par Sandy en fonction du nombre x de CD vendus.

$f(x) = 3 \times x - 2$

a. Donner l'expression algébrique de $f(x)$.

b. La fonction f est-elle affine ? Justifier.

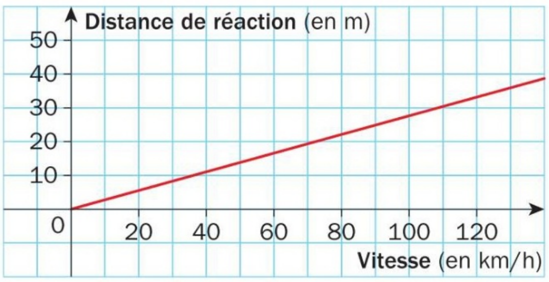
c. Calculer le bénéfice réalisé par Sandy si elle vend 35 CD.

d. Combien de CD Sandy a-t-elle vendus si elle réalise un bénéfice de 135 € ?

48 p 290

La distance de réaction est la distance parcourue par un véhicule entre le moment où le conducteur voit un obstacle et le moment où il commence à freiner.

Le graphique suivant représente la distance de réaction en fonction de la vitesse du véhicule dans des conditions normales de circulation sur route sèche.



a. Déterminer graphiquement la distance de réaction d'un véhicule qui roule à 90 km/h.

b. Expliquer pourquoi la fonction qui modélise cette situation est linéaire. En donner le coefficient sous forme d'une fraction simplifiée.

c. Calculer la vitesse pour laquelle la distance de réaction est égale à 15 m.

Vérifier graphiquement le résultat obtenu.

D'après Brevet 2015.

25 Dans chaque cas, donner l'expression algébrique de la fonction linéaire f qui modélise la situation, en précisant ce que désignent x et $f(x)$.

p 287

a. Un piéton marche à la vitesse de 5 km/h.

Coup de pouce

Nommer x la durée (en h) du trajet.

b. Un épicier vend des cerises à 6,40 € le kg.

c. Une entreprise de déménagement affiche sur son site Internet le tarif de 30 €/m^3.

d. Un bureau de change à Londres affiche 1 € = 0,709 £.

e. Tom a besoin de convertir en cm des mesures exprimées en pouces (*inches* en anglais). Sur Internet, il trouve 1 *inch* = 25,4 mm.