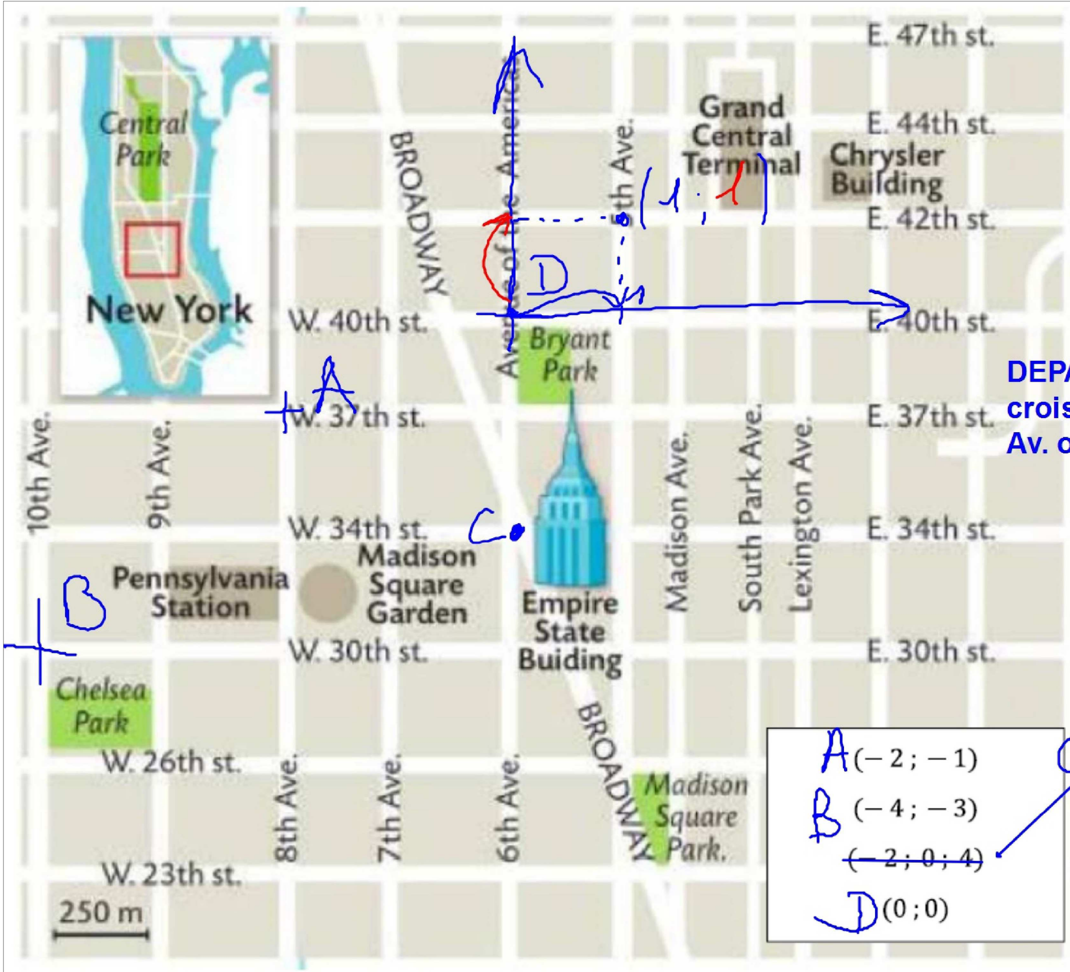


DEPART :
croisement W. 40th st
Av. of the Americas

altitude

C **(0 ; - 2 ; 4)**

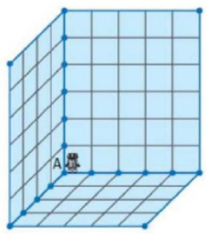
nouvelle coordonnées

Activité 2 : Le robot

On a effacé trois faces d'une boite en forme de pavé de longueur 5 unités, de largeur 4 unités et de hauteur 6 unités pour en voir l'intérieur.

Un robot est placé au sommet A de cette boite.

Il se déplace à l'intérieur de la boite à l'aide d'une télécommande.



Déplacements possibles du robot :

↙ 1 pas vers l'avant

→ 1 pas vers la droite

↑ 1 pas vers le haut

Sur le schéma, on a représenté des déplacements d'une unité dans chacune des directions : avant droite, haut.

1. Le robot est en A. On a donné les instructions suivantes : avant 3, droite 4.

Dessiner la nouvelle position du robot : on notera ce point B.

2. Même question pour les déplacements suivants.

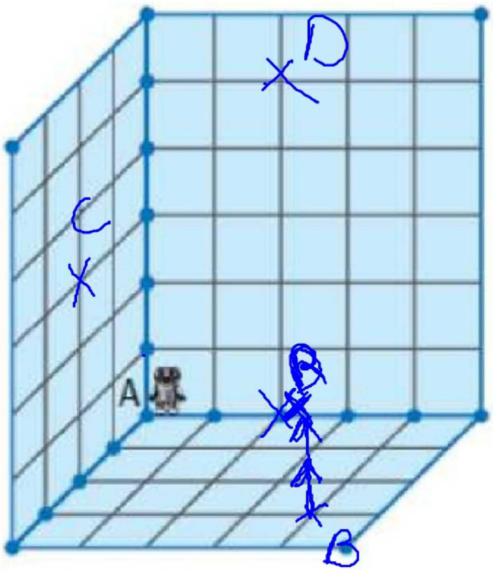
a. avant 2, haut 3 : point C

b. droite 2, haut 5 : point D

3. Le robot est en A.

Où se trouvera le robot après les commandes « avant 3, droite 4, haut 2 »

On appelle R le point trouvé ; il est repéré par le triplet (3 ; 4 ; 2).



4. On a représenté en perspective la boite complète.

Indiquer les instructions à donner au robot pour qu'il atteigne :

a. le milieu de l'arête [GF] ; M

b. le milieu de l'arête [GH] ; N

c. le centre de la face CDHG ; P.(2;5;3)

d. le point d'intersection des diagonales [AG] et [CE]. Q(2;2,5;3)

↳ centre du pavé.

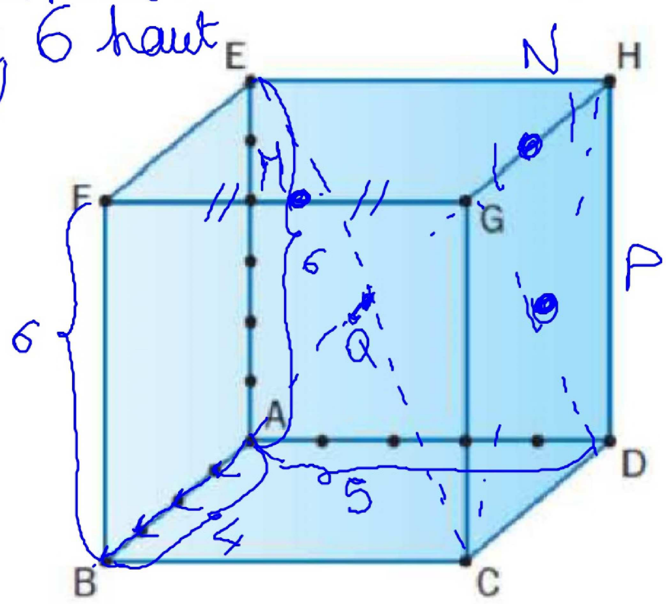
M : 4 avant ; 2,5 droite ; 6 haut

⇒ M(4;2,5;6)

N = 5 droite / 6 haut

2 AVANT

N=(2;5;6)



Se reperer dans l'Espace

I) Repérage dans un parallélépipède rectangle

1. Définition

Définition : Dans un **parallélépipède rectangle** (ou pavé droit), un **repère** est formé par trois arêtes ayant un sommet en commun appelé origine du repère

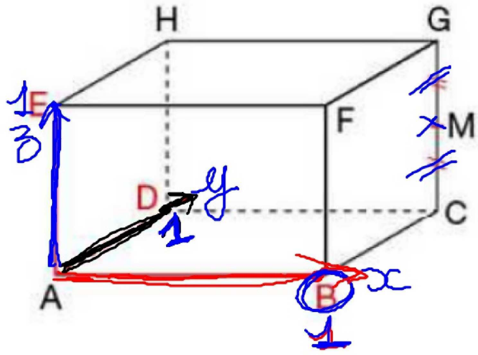
2. Propriété

Propriété et définitions : Tout point d'un parallélépipède rectangle est r**epéré par** trois nombres : ses coordonnées :

- l'abscisse
- l'ordonnée
- l'altitude

3. Exemple

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.



Le repère formé par les arêtes [AB], [AD] et [AE]

a pour origine le point A

On le note $A(0\,;0\,;0)$

ex cours ⊕ 4 p 389.

Les coordonnées des différents points du solide sont :

$B(1\,;0\,;0)$ $E(0\,;0\,;1)$ $H(0\,;1\,;1)$

$C(1\,;1\,;0)$ $F(1\,;0\,;1)$ $M(1\,;1\,;\frac{1}{2})$

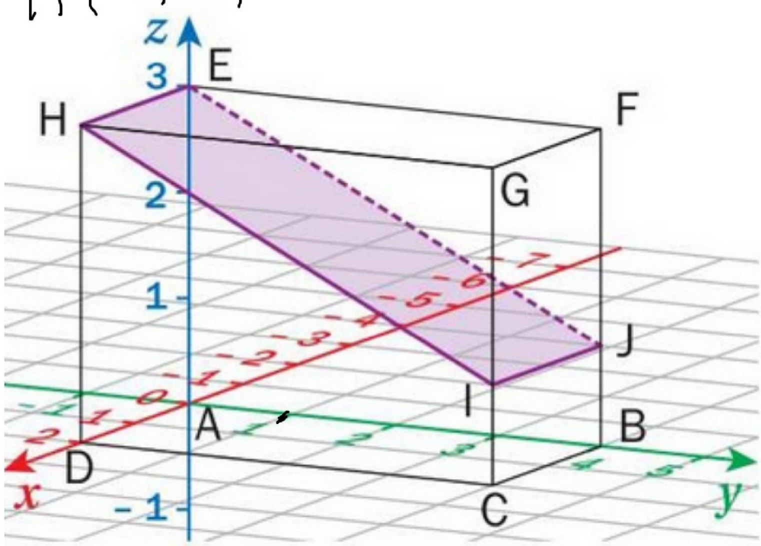
$D(0\,;1\,;0)$ $G(1\,;1\,;1)$

4 On se place dans le repère d'origine A de l'exercice **2**.

▶ Donner les coordonnées de tous les sommets du pavé droit, ainsi que des points I et J.

p 389

$H(2\,;0\,;3)$



origine:

$A(0\,;0\,;0)$

$B(\overset{x}{0}\,;\overset{y}{4}\,;\overset{z}{0})$

$C(2\,;4\,;0)$

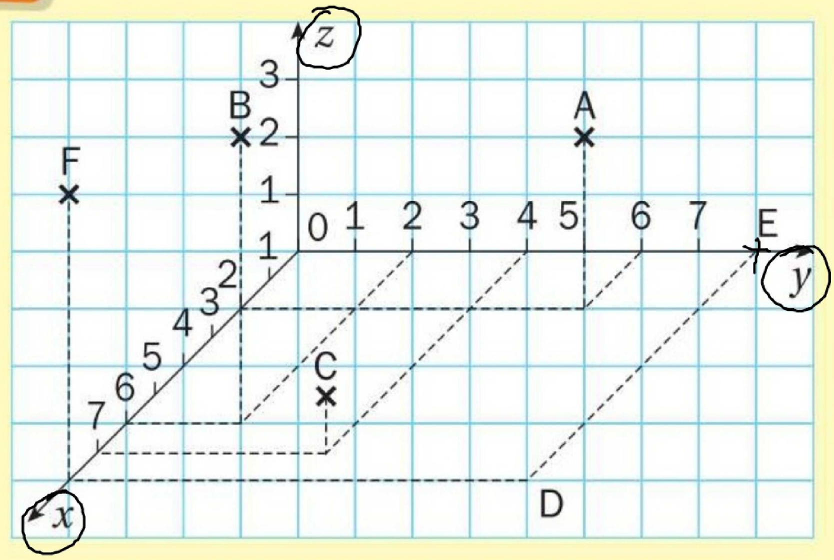
$D(2\,;0\,;0)$

$E(0\,;0\,;3)$

$F(0\,;4\,;3)$ $G(2\,;4\,;3)$

$I(2\,;4\,;1)$ $J(0\,;4\,;1)$

33



▶ Lire les coordonnées des points A, B, C, D, E et F.

p 395

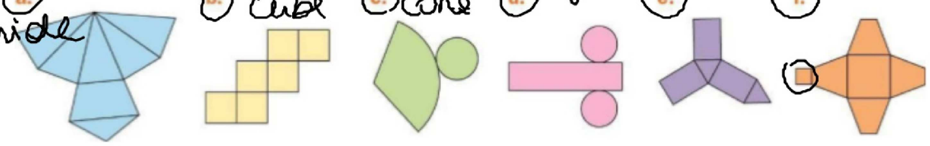
A(2;6;3)
B(6;2;5)
C(7;4;1)
D(8;8;0)
E(0;8;0)
F(8;0;5)

ACTIVITES

1 Boites à construire

Quels solides peut-on construire avec les patrons ci-dessous ?

a. pyramide b. cube c. cône d. cylindre e. prisme droit f. pyramide tronquée



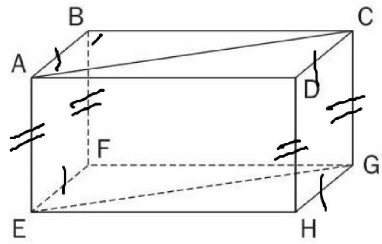
BILAN :

A quoi sert un patron ? Ça sert à créer des solides en le découpant et pliant.

Existe-t-il un solide pour lequel on ne peut pas réaliser de patron ? la sphère.

1 On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-contre.

a. Reproduire et compléter le tableau sans justifier.



Objet	Triangle ABC	Angle $\widehat{ABF}$	Quadrilatère ABFE	Angle $\widehat{ACG}$	Quadrilatère ACGE
Nature	rectangle en B	droit 90°	rectangle	droit	rectangle

b. On donne AB = 2 cm, AE = 4 cm et AD = 6 cm.
Dessiner un patron du pavé droit ABCDEFGH.

D'après Brevet 2004.

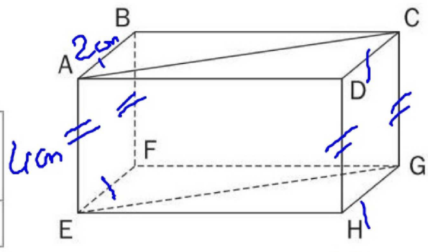
→ Exercices 1

p 389

35 p 395.

1 On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-contre.

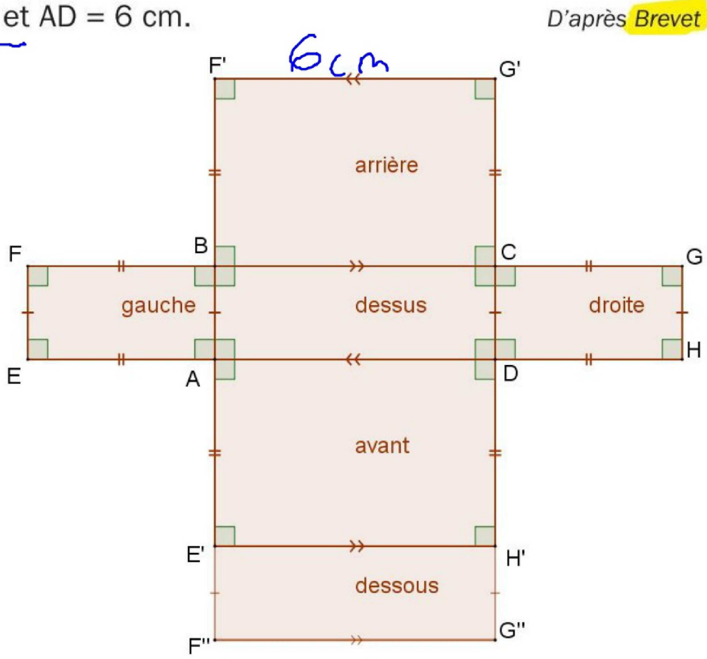
a. Reproduire et compléter le tableau sans justifier.



Objet	Triangle ABC	Angle $\widehat{ABF}$	Quadrilatère ABFE	Angle $\widehat{ACG}$	Quadrilatère ACGE
Nature	...	...	...	...	...

b. On donne AB = 2 cm, AE = 4 cm et AD = 6 cm.
Dessiner un patron du pavé droit

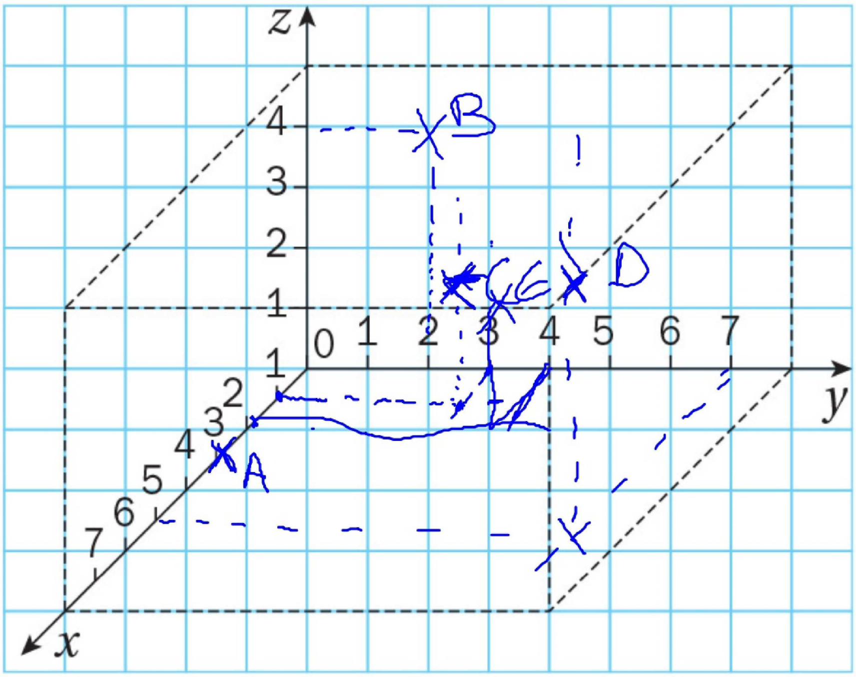
D'après Brevet 2004.



...ices 1

35 Reproduire la figure suivante, puis placer les points A(3 ; 0 ; 0), B(0 ; 2 ; 4), C(1 ; 3 ; 2) et D(5 ; 7 ; 4).

p 395



E(2;4;2)

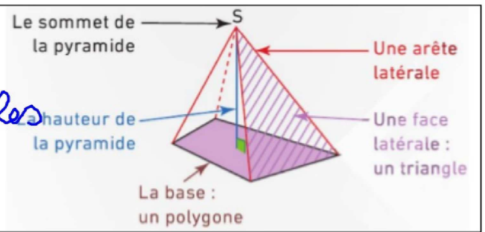
ESPACE ET SOLIDES

I) Solides

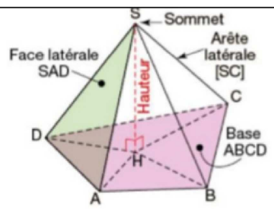
1. Pyramide

Définition : Une ***pyramide*** est un solide dont :

- la ***base*** est ...un polygone
- les ***faces latérales*** sont ...des triangles ayant un sommet en commun appelé ***sommet de la pyramide***

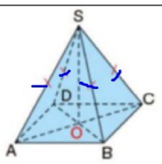


Définition : La ***hauteur*** d'une pyramide de sommet S est le segment SH... porté par la droite passant par ..S.. et perpendiculaire à la base de la pyramide.



Définition : Une ***pyramide*** est dite **régulière** lorsque :

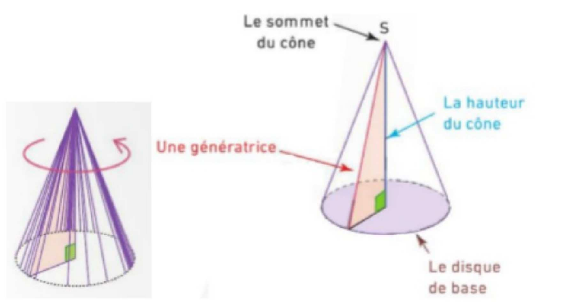
- sa ***base*** est ...un polygone régulier (tous ses côtés sont égaux).
- ses ***faces latérales*** sont ...des triangles isocèles.



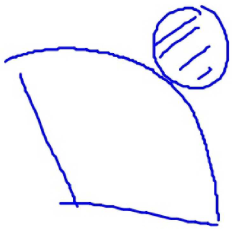
Pyramide régulière à base carrée

2. Cône de révolution

Définition : Un **cône de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.



Propriété : La base d'un cône de révolution est un disque et la surface latérale est une portion de disque.



II) Perspective, patron

1. Perspective cavalière

Pour représenter un solide dans le plan, on utilise la **perspective cavalière**.

En perspective cavalière :

- Les **figures (faces) face à l'observateur** sont dessinées **en vraie grandeur, sans déformation**
- Les **droites parallèles en réalité le sont sur le dessin**
- Les **arêtes cachées** sont représentées **en pointillés**
- Les **arêtes obliques** sont représentées par des **segments n'ayant pas la même longueur que dans la réalité.**

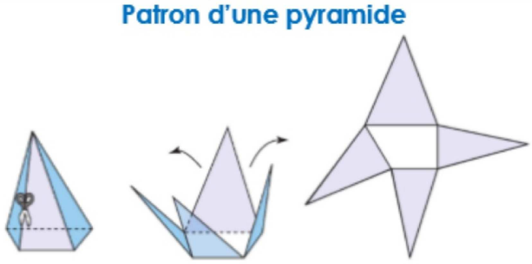
2. Patrons

Définition : le patron d'un solide est une figure du plan qui, par découpage et pliage, permet de fabriquer le solide.

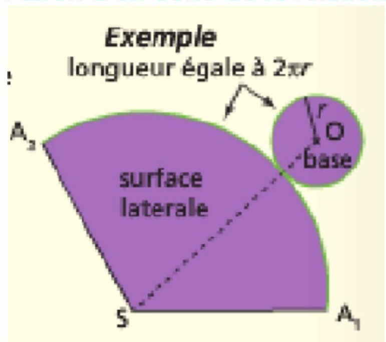
Propriété : Il existe plusieurs patrons d'un même solide.

Exemples :

Patron d'une pyramide



Patron d'un cône de révolution



2 Volume de la pyramide

ABCDEFGH est un cube de côté *c*.

On le coupe pour obtenir les trois pyramides AFEHG, ABCHG et ADCHE :

$V_{prisme} = A_{base} \times h$

hauteur prisme

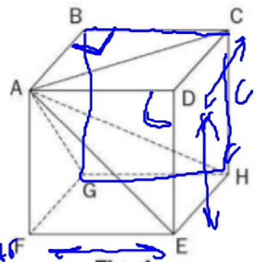


Fig. 1

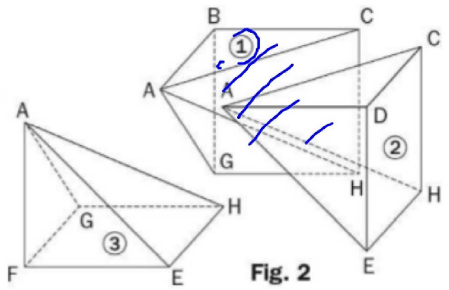


Fig. 2

1. Pour chacune des pyramides obtenues, dans le tableau ci-dessous :

a. nommer sa base et calculer l'aire de cette base ;

b. nommer sa hauteur et calculer la longueur de cette hauteur.

63 p 399.

	Figure	①	②	③
a.	**Nom de la base**	BCHG (carré)	DEHC (carré)	GFEH (carré)
	Aire de la base	$c \times c$	$c \times c$	$c \times c$
b.	**Hauteur de la pyramide**	AB	AD	AF
	Mesure de la hauteur	c	c	c

2. Que peut-on dire du volume des trois pyramides ? C'est le même car elles sont identiques

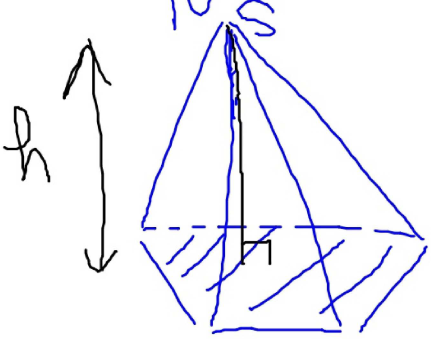
3. En déduire le rapport entre le volume d'une pyramide et le volume du cube.

$V_{cube} = 3 \times V_{pyramide}$

hauteur pyramide

BILAN : Formule du volume d'une pyramide :

$$V_{pyramide} = \frac{A_{base} \times h}{3}$$



63 **1.** Sur le pavé droit ci-dessous, quelles sont les coordonnées des points A, B, E, C, G et H ?

2. Donner les coordonnées :

a. du milieu I de [AB] ;

b. du milieu J de [EF] ;

c. du milieu K de [FH] ;

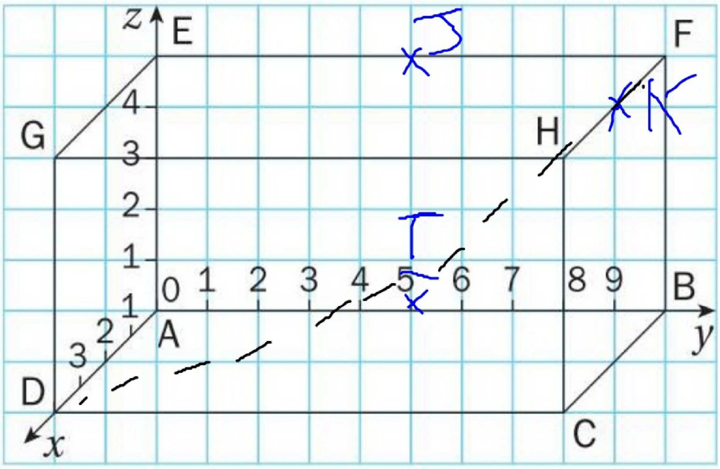
d. du milieu L de [FD].

K(2;10;5)

S(0;5;5) p 399

A(0;0;0) L(2;5;2,5)

B(0;10;0)



C(4;10;0)

G(4;0;5)

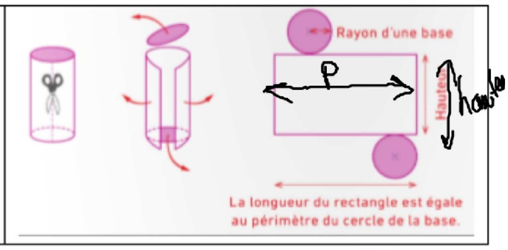
H(4;10;5)

I(0;5;0)

J(

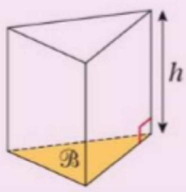
III) Surface latérale, volume

1. Prisme droit et cylindre de révolution

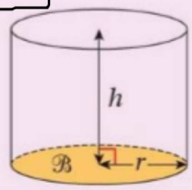
Propriété : Le **périmètre** du **disque** formant la **base d'un cylindre de révolution** est **égal à la longueur du côté du rectangle formant la surface latérale** du cylindre. $P = 2 \times \pi \times R$	

PROPRIÉTÉ Le volume $\mathcal{V}$ d'un prisme droit ou d'un cylindre est : $\boxed{\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h}$.

Pour ce prisme, $\mathcal{B}$ est l'aire du triangle de base.



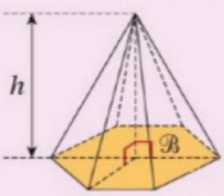
Pour le cylindre, la base est un disque de rayon r, donc $\mathcal{B} = \pi \times r^2$, d'où $\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$.



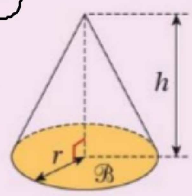
2. Pyramide et cône de révolution

PROPRIÉTÉ Le volume $\mathcal{V}$ d'une pyramide ou d'un cône est : $\boxed{\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B} \times h}$

Pour cette pyramide, $\mathcal{B}$ est l'aire de l'hexagone de base.

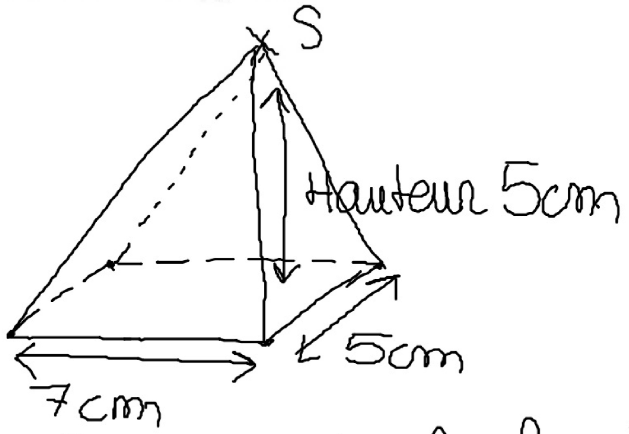


Pour le cône, la base est un disque de rayon r, donc $\mathcal{B} = \pi \times r^2$, d'où $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$.



4 **a.** Une pyramide a pour hauteur 5 cm et pour base un rectangle de dimensions 5 cm et 7 cm. Calculer la valeur exacte, puis l'arrondi à l'unité, du volume de cette pyramide.
b. Le volume d'une pyramide est 2 100 cm^3. L'aire de sa base est 30 cm^2. Calculer la hauteur de cette pyramide.

p 341



$$V_{pyr} = \frac{B \times h}{3} = \frac{L \times l \times h}{3} = \frac{7 \times 5 \times 5}{3} \approx 58,3$$

donc $58,3\ cm^3$

Perimètre → cm ; Aire → cm^2
Volume → cm^3

4 **a.** Une pyramide a pour hauteur 5 cm et pour base un rectangle de dimensions 5 cm et 7 cm. Calculer la valeur exacte, puis l'arrondi à l'unité, du volume de cette pyramide.
b. Le volume d'une pyramide est 2 100 cm^3. L'aire de sa base est 30 cm^2. Calculer la hauteur de cette pyramide.

p 341

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

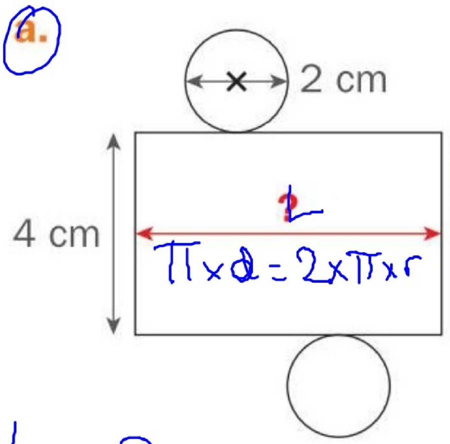
$$2\,100 = \frac{30 \times h}{3} = 30 \times h : 3 = 10 \times h$$

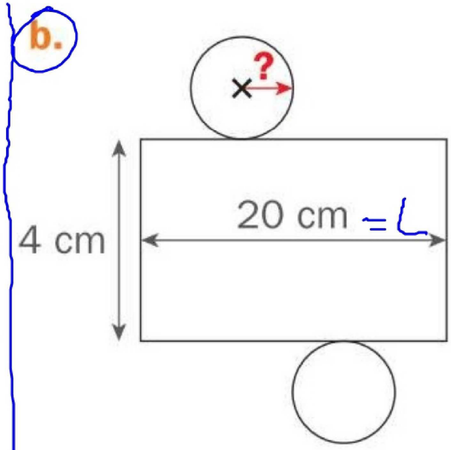
$$h = 210$$

la hauteur est de 10 cm.

28 Dans chaque cas, calculer la dimension manquante du patron de cylindre.

p 393





$L = 2 \times \pi \times 1$

$L \simeq 6{,}28$ cm.

$L = 2 \times \pi \times r = 20$ cm

$r = 20 : (2 \times \pi)$ $\quad : (2 \times \pi)$

$r \simeq 3{,}18$ cm

27 Reproduire et compléter le tableau suivant.

p 345

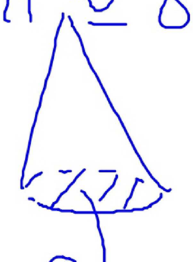
	Rayon de la base	Hauteur	Volume du cône
1	9 cm	10 cm	270π cm³
	25 mm = 0,25 dm	5 dm	$\frac{5\pi}{48}$ … L
	5,5 cm	… cm	90,75π cm³
	… cm	168 mm	274,4π cm³

$\boxed{1\,dm^3 = 1\,L}$

② $V = \dfrac{\pi \times 0{,}25 \times 0{,}25 \times 5}{3}$

① $V = \dfrac{\pi \times 9 \times 9 \times 10}{3} = 270\pi \simeq 848{,}23$

$V = \dfrac{B \times h}{3}$



$B = \pi \times r \times r$

$V = \dfrac{\pi \times r \times r \times h}{3}$

27 Reproduire et compléter le tableau suivant.

Rayon de la base	Hauteur	Volume du cône
9 cm	10 cm	… cm^3
25 mm	5 dm	… L
3 5,5 cm	… cm	$90{,}75\pi$ cm^3
… cm	168 mm	$274{,}4\pi$ cm^3

$$V = \frac{\pi \times r \times r \times h}{3}$$

$$V = \frac{\cancel{\pi} \times 5{,}5 \times 5{,}5 \times h}{3} = 90{,}75\cancel{\pi}\ (cm^3)$$

$:\pi$ $:\pi$

$$\frac{5{,}5 \times 5{,}5 \times h}{3} = 90{,}75$$

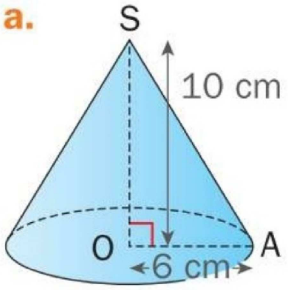
38 Deux cônes

RAISONNER en organisant sa démarche.

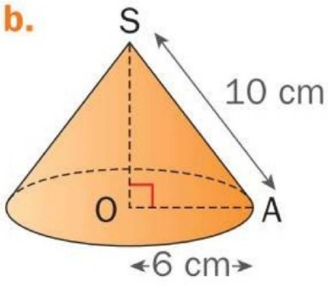
p 346

Calculer le volume au cm^3 près de chacun des cônes représentés ci-dessous.

a.



b.



p 346

38 Deux cônes

p 346

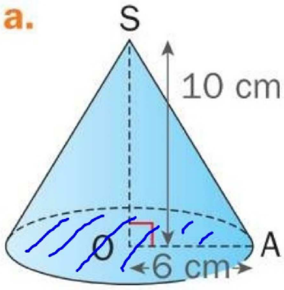
RAISONNER en organisant sa démarche.

Calculer le volume au cm^3 près de chacun des cônes représentés ci-dessous.

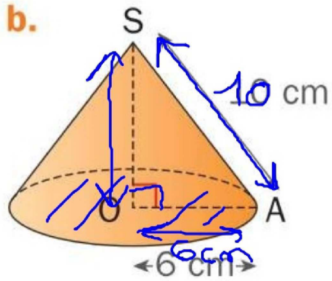
$V = \dfrac{B \times h}{3}$ aire base, hauteur solide

$B = \pi \times r \times r$

a.



b.



$B = \pi \times 6 \times 6 = 36\pi$

$V = \dfrac{36 \times \pi \times 10}{3} = 120\pi \simeq 376{,}99$

Le volume est de 376,99 cm^3.

38 Deux cônes

p 346

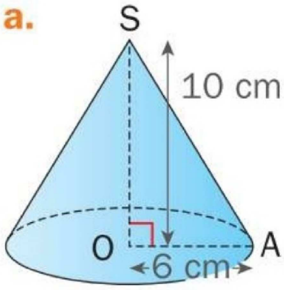
RAISONNER en organisant sa démarche.

Calculer le volume au cm^3 près de chacun des cônes représentés ci-dessous.

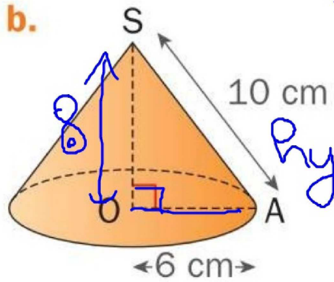
$* V = \dfrac{36 \times \pi \times 8}{3} = 96\pi$

$V \simeq 301{,}59$

a.



b.



Hypoténuse

Le volume est de 301,59 cm^3

b) $B = \pi \times 6 \times 6 = 36\pi$

Théorème de Pythagore :

$SA^2 = SO^2 + OA^2$

$10^2 = SO^2 + 6^2$

$100 = SO^2 + 36$

$SO^2 = 100 - 36 = 64$

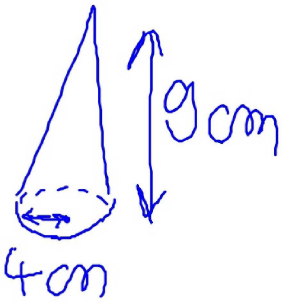
$SO = \sqrt{64} = 8$ *

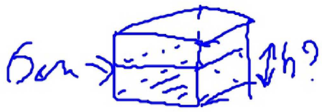
57 Un cône de hauteur 9 cm a pour base un disque de rayon 4 cm.
Il est entièrement rempli d'eau.

a. Quelle est la valeur exacte du volume de ce cône ?

b. Le contenu de ce cône est versé dans un cube de 6 cm d'arête. Quelle est la hauteur d'eau dans le cube (arrondie à l'unité) ?

p 349





aire base

a) $V = \dfrac{B \times h}{3}$

$B = \pi \times r \times r = \pi \times 4 \times 4 = 16\pi$.

$V = \dfrac{16 \times \pi \times 9}{3} = 48\pi$ (cm^3)

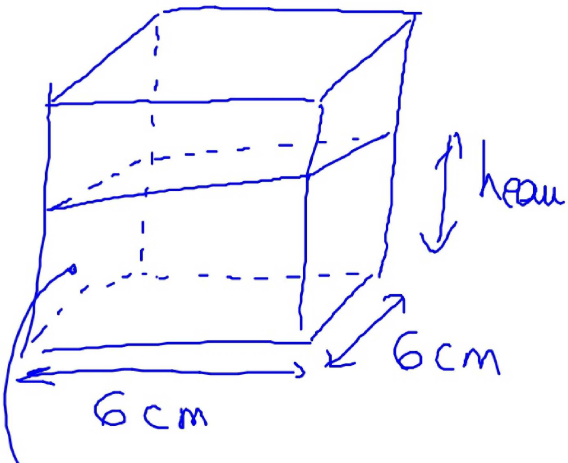
b) $V = B \times h = 6 \times 6 \times 6 = 216$ (cm^3)

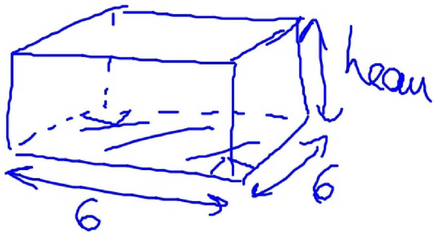
$V_{eau} = 48\pi$

$V_{prisme} = B \times h_{eau}$

carré

$B = c \times c = 6 \times 6 = 36$





$V_{eau} = \boxed{48 \times \pi = 36 \times h_{eau}}$

:36 :36

$48 \times \pi : 36 = h_{eau}$

$\frac{4}{3}\pi = h_{eau} \Longrightarrow h_{eau} \approx 4{,}18$ cm