Question	Quel est le nombre qui, **multiplié** par 7 donne 21 ?	Quel nombre faut-il **ajouter** à 5 pour trouver 8 ?
Egalité	$7 \times x = 21$	$5 + x = 8$
Réponse	$x = 3$	$x = 3$

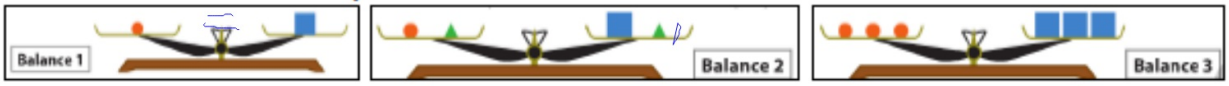
Quel nombre faut-il **soustraire** à 7 pour trouver 2 ?	Quel est le nombre qui, **multiplié** par 7 donne 13 ?	Quel nombre faut-il **ajouter** à 8 pour trouver 5 ?
$7 - x = 2$	$7 \times x = 13$	$8 + x = 5$
$x = 5$	$x = 13 : 7 = \frac{13}{7}$	$x = 5 - 8 = -3$

BILAN : Vocabulaire
x : inconnue
égalité où il y a une inconnue c'est une équation.

Page 1

Activité 1 : Balance, équilibre et équation

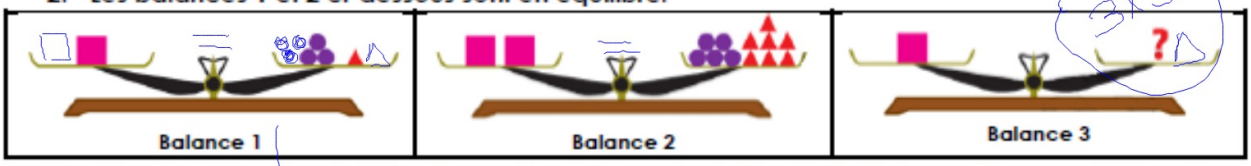
1. La balance 1 est en équilibre.



► Est-ce le cas pour les balances 2 et 3 ? Expliquer pourquoi.

balance 2 : à l'équilibre car on ajoute 1 triangle de chaque côté.
balance 3 : à l'équilibre car on triple chaque côté de la balance.

2. Les balances 1 et 2 ci-dessous sont en équilibre.



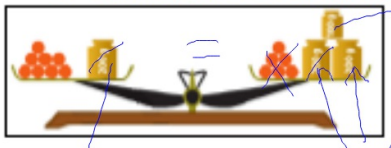
► Combien faut-il poser de triangles sur le plateau de droite de la balance 3 pour qu'elle soit en équilibre ?

$2c = 6r + 2t = 5r + 7t$

$1r = 5t$

Page 2

3. La balance ci-dessous est à l'équilibre. Quelle est la masse d'une boule orange ?



100

200 200 200

b : boules

$8b + 200 = 6b + 500$

-200 $8b = 6b + 300$ -200

$-6b$ $2b = 300$ $-6b$

$:2$ $1b = 150$ $:2$

0

Page 3

4. De la même manière que dans l'exercice précédent, traduire les équilibres des balances par des équations mathématiques et noter les étapes de calcul ayant permis de répondre aux questions.

INCONNUES :

r : rond.

c : carré

t : triangle

Question 1 :

Si $r = c$ alors $r + t = c + t$ balance 2

$r \times 3 = c \times 3$ balance 3

balance 1

Question 2 :

balance 1. $c = 3r + t$

balance 2 : $2c = 5r + 7t$

balance 3 : $c = 16t$

Question 3

$8r + 200 = 6r + 500$

Page 4

Exercice 1 :

Parmi les nombres 1 ; 2 et 4, indiquer en justifiant celui qui est solution de l'équation : $7x-3=25$ et celui qui est solution de l'équation $5x-1=2x+2$

EQUATION DU PREMIER DEGRE

I) Egalités et équations

1) Egalité

Définition : Une égalité est une expression qui comporte un signe = et **deux membres** (membre de droite et membre de gauche).

Remarque : une égalité peut être vraie ou fausse.

2) Tester une égalité

Méthode : Pour **tester une égalité** dans laquelle apparaît une plusieurs lettres :

- on **remplace chaque lettre identique** par la **valeur donnée dans chacun des membres de l'égalité**
- **on compare les résultats obtenus**
- **puis on conclue** si l'égalité est vraie ou fausse pour cette valeur.

Exemple et vocabulaire : Soit l'égalité $7 + x = 5x - 5$

membre de gauche — membre de droite

- **Vérifier si l'égalité est vraie pour $x = 2$:**

On remplace x par 2 dans chacun des membres :

Membre de gauche : $7+2=9$

Membre de droite : $5\times2-5=5$

Comme $9 \neq 5$ l'égalité est fausse.

- **Vérifier si l'égalité est vraie pour $x = 3$:**

On remplace x par 3 dans chacun des membres :

Membre de gauche : $7+3=10$

Membre de droite : $5\times3-5=10$

Comme $10=10$, l'égalité est vraie.

3) Equation

Définition : Une ***équation*** est une ***égalité*** comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres.

On nomme ces lettres les ***inconnues*** de l'équation.

Définitions :

- Une ***solution de l'équation*** est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.
- ***Résoudre*** une équation c'est trouver ***toutes ses solutions***.

II) Egalités et opérations

1) Propriétés

Si :

Propriétés :

► Lorsqu'on ***additionne*** ou ***soustrait*** un ***même nombre*** à ***chaque membre*** d'une équation, on obtient une ***équation équivalente***.

Alors :

► Lorsqu'on **multiplie** ou **divise** par **même nombre** non nul **chaque membre** d'une équation, on obtient une **équation équivalente.**

2) Distributivité (rappel)

Afin de **développer** et **réduire** une expression on peut utiliser les propriétés de distributivité.

Propriété : k, a et b désignent des nombres relatifs.

- $k(a+b) = ka + kb$
- $k(a-b) = ka - kb$

Propriété : a, b, c et d désignent des nombres relatifs.

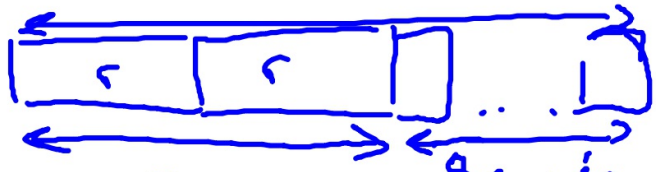
$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Activité 2 : Des rectangles et des carrés.

On possède un stock de rectangles identiques et de carrés identiques qui ont été découpés dans une baguette de 1 cm de largeur. On constate que si l'on met bout à bout 2 rectangles et 8 carrés cela fait la même longueur que si l'on met 7 rectangles et 2 carrés.

► ***Quelle est la longueur d'un rectangle ?***

On appelle r la longueur d'un rectangle.



2r 8 carrés

8 x 1 cm = 8

$2r + 8 = 7r + 2$

$2r + 6 = 7r$

$6 = 5r$

$6 : 5 = r$

donc $r = 1{,}2$

Un rectangle mesure 1,2 cm.

III) Résoudre une équation du premier degré

Définition :

Une équation de la forme $ax + b = cx + d$ (avec a, b, c, d des nombres donnés, $a \neq 0$ ou $c \neq 0$) est dite du premier degré à une inconnue, x.

Méthode : Afin de résoudre une équation du premier degré à une inconnue.

1. On applique les **propriétés** du paragraphe précédent afin de déterminer les solutions : pour cela on doit ***regrouper les termes de même nature*** dans un même membre de l'équation (par exemple regrouper les termes « en x », dans le membre de gauche et les nombres dans l'autre), puis ***réduire les expressions*** afin ***d'obtenir la valeur cherchée*** (par exemple $x = \cdots$)
2. On vérifie que la valeur trouvée est bien solution de l'équation initiale (on teste l'égalité)
3. On conclue

Exemple : Résoudre $5x - 4 = 3x + 10$

Etape 1 : On résout l'équation

$5x - 4 = 3x + 10$

$2x - 4 = 10$ (-3x)

$2x = 14$ (+4)

$x = 7$ (:2)

Etape 2 : On vérifie que cette valeur est bien solution : on remplace x dans chaque membre de l'équation du départ par la solution précédemment trouvée.

Membre de gauche : $5 \times 7 - 4 = 31$ Membre de droite : $3 \times 7 + 10 = 31$

Etape 3 : On conclue La solution est $x = 7$.

IV) Mise en équation de problèmes

Pour résoudre un problème on suit toujours les **5 étapes** suivantes :

① Choisir l'**inconnue** que l'on désigne par une lettre (souvent la quantité cherchée dans la **question**)
② Mise en **équation** du problème : on traduit l'énoncé par une équation mathématique
③ **Résolution** de l'équation (voir paragraphe III)
④ **Vérification** de la (ou des) solution(s) trouvée(s)
⑤ Conclusion : **interprétation** des solutions mathématiques et **phrase de conclusion**

Exercice 2:

Résoudre les équations (ne pas oublier la vérification et la conclusion)

a/ $3x+4=40$ b/ $6x+7=19+3x$ c/ $10x-5=30$ d/ $4x+19=100-5x$

a. $3x+4=40$ | -4
$3x=36$ | $:3$
$x=36:3=12$

b. $6x+7=19+3x$ | $-3x$
$3x+7=19$ | -7
$3x=12$ | $:3$
$x=12:3=4$

Exercice 2:

Résoudre les équations (ne pas oublier la vérification et la conclusion)

a/ $3x+4=40$ b/ $6x+7=19+3x$ c/ $10x-5=30$ d/ $4x+19=100-5x$

c) $10x-5=30$ (+5) $10x=35$ (÷10) $x=3,5$

d) $4x+19=100-5x$ (+5x) $9x+19=100$ (-19) $9x=81$ (:9) $x=9$

Activité 3 : Deux calculatrices et un nombre inconnu

Situation 1 : Deux élèves Alice et Bertrand ont chacun une calculette. Ils affichent le même nombre sur leur calculette. Alice multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 10 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé ils s'aperçoivent que leurs calculettes affichent le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

On appelle x le nombre de départ.

Calcul d'Alice : $x \times 3 + 4 = 3x+4$

Calcul de Bertrand : $2x+10$

Ils ont le même résultat : $3x+4=2x+10$ (-2x) $x+4=10$ (-4) $x=6$ (.2x) (-4)

Vérif : $A = 3\times6+4=22$ $B = 2\times6+10=22$ Donc le nombre choisi est 6.

Situation 2 : Deux élèves Alice et Bertrand ont chacun une calculette. Ils affichent le même nombre sur leur calculette. Alice multiplie le nombre affiché par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 10 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé ils s'aperçoivent que leurs calculettes affichent le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

x : le nombre de départ.

Le calcul d'Alice : $6x+7$

" " Bertrand : $2x+10$

Ils ont le même résultat donc

$6x+7=2x+10$

$4x+7=10$ $\quad -2x$

$4x=3$ $\quad -7$

$x=0,75$ $\quad \div 4$

Vérif :

$0,75 \times 6 + 4,5 + 7 = 11,5$

$0,75 \times 2 + 1,5 + 10 = 11,5$

Donc le nombre est 11,5.

Situation 3 : Alice et Bertrand ont chacun une calculette. Ils affichent le même nombre sur leur calculette. Alice multiplie le nombre affiché par 5 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 10 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé ils s'aperçoivent que leurs calculettes affichent le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

x est le nombre

Alice : $5x+4$

Bertrand : $10x+7$

Même résultat donc :

$5x+4=10x+7$

$4=5x+7$ $\quad -5x$

$-3=5x$ $\quad \div 5$

$-3 \div 5 = -0,6 = x$

Vérif :

$-0,6 \times 5 + 4 = 1$

$-0,6 \times 10 + 7 = 1$

Donc le nombre choisi est $-0,6$.

Exercice 3 : Le nombre cherché

Zlatan pense à un nombre. Il lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Zlatan obtient 51. Quel est ce nombre de départ ?

x : le nombre choisi.

Validation compétence.

$((x+11)\times 3)-3=51$

$+3$ ($(3x+33)-3=51$ ↘ $3x+33=51+3$ ↙ $+3$

*Vérification :

$(7+11)\times 3-3=51$

donc ce nombre est 7.

-33 ($3x+33=54$ ↘ $3x=54-33$ ↙ $x=7$

$:3$ ($3x=21$ ↘ $x=\frac{21}{3}=7$ ↙ $:3$

*

Exercice 4 : Dans ma classe

Dans ma classe il y a 27 élèves. Il y a deux fois plus de filles que de garçons. Combien y a-t-il de garçons dans ma classe ?

1) On appelle x le nombre de garçons.

2) Equation : $\underset{\text{garçons}}{x} + \underset{\text{filles}}{2x} = 27$ donc $3x = 27$

3) Résolution : $3x = 27$ (:3) $\rightarrow x = 9$ (:3)

4) Vérification : $3 \times 9 = 27$ ✓

5) Conclusion : Il y a 9 garçons dans la classe.

Exercice 5 : Devinettes

1. En ajoutant à un nombre son double et son triple, on obtient 540. Quel est ce nombre ?
2. En ajoutant 120 à un nombre, puis en retranchant le triple du nombre, on trouve 10. Quel est ce nombre ?
3. Un père est deux fois plus agé que sa fille. A eux deux, ils totalisent 54 ans. Quel est l'âge de la fille ?
4. Dans un groupe de 92 touristes, il y a des anglais et des espagnols. Il y a 3 fois plus d'anglais que d'espagnols. Quel est le nombre de touristes de chaque nationalité ?

1) x : le nombre de départ.

2) $x + \underset{\text{le double}}{x \times 2} + \underset{\text{le triple}}{x \times 3} = 6x = 540$

(:6) $6x = 540$ → $x = 90$ (:6)

Vérif : $6 \times 90 = 540$ ✓

Conclusion, le nombre est 90.

2) x : le nombre de départ.

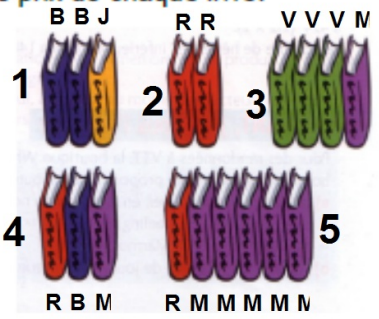
$$x + 120 - 3x = 10$$

$$-2x + 120 = 10$$

Validation → 4).

Exercice 8 : Coût des livres

Chaque paquet de livres coûte 10 €.
Deux livres de la même couleur ont la même valeur.
Trouver le prix de chaque livre.



étape 1 :

Soit :

B : le nombre de livres bleus
J : le nombre de livres jaunes
R : le nombre de livres jaunes
V : le nombre de livres verts
M : le nombre de livres mauves

$r = 5€$ $\quad m = 1€$
$v = 3€$ $\quad b = 4€$

étape 2 : les équations

① $2b + j = 10 \Rightarrow 8 + j = 10 \Rightarrow j = 2€$.

② $2r = 10 \Rightarrow r = 5€$

③ $3v + m = 10 \Rightarrow 3v + 1 = 10 \Rightarrow 3v = 9€ \Rightarrow v = 3€$

④ $5 + b + m = 10 \Rightarrow 6 + b = 10 \Rightarrow b = 4€$

⑤ $5m + 5 = 10 \Rightarrow 5m = 5€$ donc $m = 1€$