

Question	Quel est le nombre qui, multiplié par 7 donne 21 ?	Quel nombre faut-il ajouter à 5 pour trouver 8 ?
Egalité	$7 \times x = 21$	$5 + x = 8$
Réponse	$x = 21 : 7 = 3$	$x = 3 = 8 - 5$

Quel nombre faut-il soustraire à 7 pour trouver 2 ?	Quel est le nombre qui, multiplié par 7 donne 13 ?	Quel nombre faut-il ajouter à 8 pour trouver 5 ?
$7 - x = 2$	$7 \times x = 13$	$8 + x = 5$
$x = 5$	$x = 13 : 7$	$x = -3$

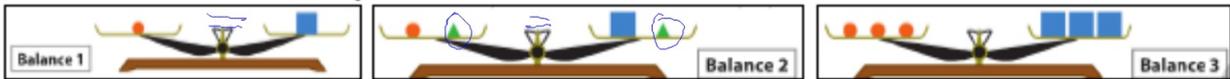
BILAN :

x : inconnue
 égalité où on a une inconnue \rightarrow équation

$$x = \frac{13}{7}$$

Activité 1 : Balance, équilibre et équation

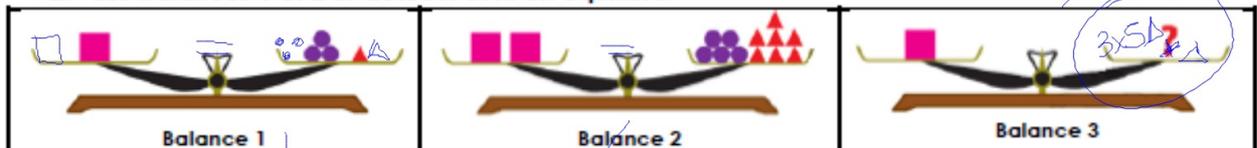
1. La balance 1 est en équilibre.



► Est-ce le cas pour les balances 2 et 3 ? Expliquer pourquoi.

- balance 2 à l'équilibre car on ajoute le même poids de chaque côté de la balance : $+ \Delta$
- balance 3 à l'équilibre car on ajoute le même poids de chaque côté : $\times 3$

2. Les balances 1 et 2 ci-dessous sont en équilibre.



► Combien faut-il poser de triangles sur le plateau de droite de la balance 3 pour qu'elle soit en équilibre ?

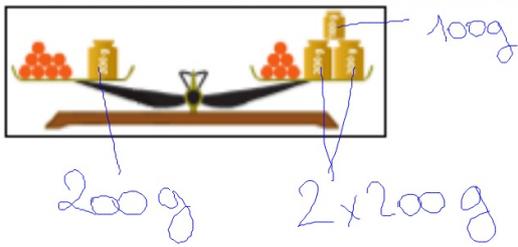
$$2c = 6b + 2t = 5b + 7t$$

Handwritten work showing the derivation of the answer:

$$1b = 5t$$

Diagram showing 5 purple circles and 2 blue triangles on the left, and 5 purple circles and 2 blue triangles on the right, with a question mark.

3. La balance ci-dessous est à l'équilibre. Quelle est la masse d'une boule orange ? _____



étape 1: $\underline{8b} \uparrow \underline{6b + 300}$

étape 2 $\underline{2b} \uparrow \underline{300g}$
 $- 6b$

étape 3 $\underline{1b} \uparrow \underline{150g}$
 $: 2$

4. De la même manière que dans l'exercice précédent, traduire les équilibres des balances par des équations mathématiques et noter les étapes de calcul ayant permis de répondre aux questions.

INCONNUES

r : rond

c : carré

t : triangle

Question 1 :

balance 1: Si $r = c$

balance 2: alors $r + t = c + t$

balance 3: et $3 \times r = 3 \times c$

Question 2 :

balance 1: $c = 3r + t$

balance 2: $2c = 5r + 7t$

balance 3: $c = 16t$

Question 3

$$\begin{array}{r} 8r + 200 = 6r + 500 \\ \downarrow -6r \\ 2r + 200 = 500 \end{array} \quad \begin{array}{l} -200 \\ \downarrow \\ 2r = 300 \\ \downarrow :2 \\ r = 150 \end{array}$$

EQUATION DU PREMIER DEGRE

I) Égalités et équations

1) Égalité

Définition : Une égalité est une expression qui comporte un signe = et deux membres (membre de droite et membre de gauche).

Remarque : une égalité peut être vraie ou fausse.

2) Tester une égalité

Méthode : Pour tester une égalité dans laquelle apparaît une plusieurs lettres :

- on remplace chaque lettre identique par la valeur donnée dans chacun des membres de l'égalité
- on compare les résultats obtenus
- puis on conclue si l'égalité est vraie ou fausse pour cette valeur.

Exemple et vocabulaire : Soit l'égalité $7 + x = 5x - 5$

membre de gauche

membre de droite

- **Vérifier si l'égalité est vraie pour $x = 2$:**

On remplace x par 2 dans chacun des membres :

Membre de gauche : $7 + 2 = 9$

Membre de droite : $5 \times 2 - 5 = 5$

Comme $9 \neq 5$ l'égalité

est fausse.

- **Vérifier si l'égalité est vraie pour $x = 3$:**

On remplace x par 3 dans chacun des membres :

Membre de gauche : $7 + 3 = 10$

Membre de droite : ~~$5 \times 3 - 5 = 10$~~ $5 \times 3 - 5 = 10$

Comme $10 = 10$

VRAI

3) Equation

Définition : Une équation est une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres.

On nomme ces lettres les *inconnues* de l'équation.

Définitions :

- Une *solution de l'équation* est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.
- *Résoudre* une équation c'est trouver toutes ses solutions.

Exercice 1 :

Parmi les nombres 1 ; 2 et 4, indiquer en justifiant celui qui est solution de l'équation : $7x - 3 = 25$ et celui qui est solution de l'équation $5x - 1 = 2x + 2$

$$7x - 3 = 25$$

Pour $x = 1$:

membre de gauche : $7 \times 1 - 3 = 4$

membre de droite : 25

1 n'est pas solution

Pour $x = 2$:

gauche : $7 \times 2 - 3 = 11$
droite : 25

$11 \neq 25$ donc 2 n'est pas solution.

Pour $x = 4$:

$$7 \times 4 - 3 = 25$$

Donc 4 est solution.

$$5x - 1 = 2x + 2$$

x Pour $x = 1$:

$$5 \times 1 - 1 = 4$$

$$2 \times 1 + 2 = 4$$

$4 = 4$ donc 1 est solution.

x Pour $x = 2$:

$$5 \times 2 - 1 = 9$$

$$2 \times 2 + 2 = 6$$

$9 \neq 6$ donc 2 n'est pas la solution

x Pour $x = 4$:

$$5 \times 4 - 1 = 19$$

4 n'est pas solution

$$2 \times 4 + 2 = 10$$

II) Égalités et opérations

1) Propriétés

Propriétés :

► Lorsqu'on *additionne* ou *soustrait* un *même nombre* à *chaque membre* d'une équation, on obtient une *équation équivalente*.

► Lorsqu'on *multiplie* ou *divise* par *même nombre non nul* *chaque membre* d'une équation, on obtient une *équation équivalente*.

Si :



Alors :



2) Distributivité (rappel)

Afin de *développer* et *réduire* une expression on peut utiliser les propriétés de distributivité.

Propriété : k , a et b désignent des nombres relatifs.

• $k(a + b) = ka + kb$

• $k(a - b) = ka - kb$

Propriété : a , b , c et d désignent des nombres relatifs.

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Activité 2 : Des rectangles et des carrés.

On possède un stock de rectangles identiques et de carrés identiques qui ont été découpés dans une baguette de 1 cm de largeur. On constate que si l'on met bout à bout 2 rectangles et 8 carrés cela fait la même longueur que si l'on met 7 rectangles et 2 carrés.

► Quelle est la longueur d'un rectangle ?



longueur d'un carré : 1 cm.

$8 \times 1 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$



Soit r la longueur d'un rectangle

$2r + 8 = 7r + 2$
équation

$$\begin{array}{l}
 2r + 8 = 7r + 2 \\
 \left. \begin{array}{l} -2r \\ -2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8 = 5r + 2 \\ 6 = 5r \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} -2 \\ :5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6 = 5r \\ 6 : 5 = r \end{array}
 \end{array}$$

$$1,2 = r$$

Un rectangle mesure 1,2 cm.

III) Résoudre une équation du premier degré

Définition :

Une équation de la forme $ax + b = cx + d$ (avec a, b, c, d des nombres donnés, $a \neq 0$ ou $c \neq 0$) est dite du premier degré à une inconnue, x .

Méthode : Afin de résoudre une équation du premier degré à une inconnue.

1. On applique les propriétés du paragraphe précédent afin de déterminer les solutions : pour cela on doit **regrouper les termes de même nature** dans un même membre de l'équation (par exemple regrouper les termes « en x », dans le membre de gauche et les nombres dans l'autre), puis **réduire les expressions** afin d'**obtenir la valeur cherchée** (par exemple $x = \dots$)
2. On vérifie que la valeur trouvée est bien solution de l'équation initiale (on teste l'égalité)
3. On conclue

Exemple : Résoudre $5x - 4 = 3x + 10$

Étape 1 : On résout l'équation

$$\begin{array}{l}
 5x - 4 = 3x + 10 \\
 -3x \quad -4 = 3x + 10 \quad -3x \\
 \left. \begin{array}{l} +4 \\ :2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x = 14 \\ x = 7 \end{array}
 \end{array}$$

Étape 2 : On vérifie que cette valeur est bien solution : on remplace x dans chaque membre de l'équation du départ par la solution précédemment trouvée.

Membre de gauche : $5 \times 7 - 4 = 31$ Membre de droite : $3 \times 7 + 10 = 31$

Étape 3 : On conclue : la solution est 7.

Exercice 2:

Résoudre les équations (ne pas oublier la vérification et la conclusion)

a/ $3x+4=40$

b/ $6x+7=19+3x$

c/ $10x-5=30$

d/ $4x+19=100-5x$

a) $3x+4=40$
 $-4 \rightarrow 3x=36$
 $\div 3 \rightarrow x=12$

Donc $x=12$

Vérif.
 $3 \times 12 + 4 = 40$
 $36 + 4 = 40$
 $40 = 40$

b) $6x+7=19+3x$
 $-3x \rightarrow 3x+7=19$
 $-7 \rightarrow 3x=12$
 $\div 3 \rightarrow x=4$

Donc $x=4$

Vérif.
 $6 \times 4 + 7 = 31$
 $19 + 3 \times 4 = 31$
 $19 + 12 = 31$
 $31 = 31$

Exercice 2:

Résoudre les équations (ne pas oublier la vérification et la conclusion)

a/ $3x+4=40$

b/ $6x+7=19+3x$

c/ $10x-5=30$

d/ $4x+19=100-5x$

c) $10x-5=30$
 $+5 \rightarrow 10x=35$
 $\div 10 \rightarrow x=3,5$

Vérification

$10 \times 3,5 - 5 = 30$

Donc $x=3,5$

d) $4x+19=100-5x$
 $-19 \rightarrow 4x=81-5x$
 $+5x \rightarrow 9x=81$
 $\div 9 \rightarrow x=9$

Vérif: $4 \times 9 + 19 = 55$
 $100 - 5 \times 9 = 55$
 $100 - 45 = 55$
 $55 = 55$

Donc la solution est $x=9$

IV) Mise en équation de problèmes

Pour résoudre un problème on suit toujours les 5 étapes suivantes :

- ① Choisir l'inconnue que l'on désigne par une lettre (souvent la quantité cherchée dans la question)
- ② Mise en équation du problème : on traduit l'énoncé par une équation mathématique
- ③ Résolution de l'équation (voir paragraphe III)
- ④ Vérification de la (ou des) solution(s) trouvée(s)
- ⑤ Conclusion : **interprétation** des solutions mathématiques et **phrase de conclusion**

Activité 3 : Deux calculatrices et un nombre inconnu

Situation 1 : Deux élèves Alice et Bertrand ont chacun une calculatrice. Ils affichent le même nombre sur leur calculatrice. Alice multiplie le nombre affiché par 3 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 10 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé ils s'aperçoivent que leurs calculatrices affichent le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

x : le nombre de départ.

Calcul d'Alice : $x \times 3 + 4 = 3x + 4$

Calcul de Bertrand : $2x + 10$.

Ils ont le même résultat $3x + 4 = 2x + 10$

Vérif: $A = 3 \times 6 + 4 = 22$
 $B = 2 \times 6 + 10 = 22$

Donc le nombre de départ est 6.

$$\begin{array}{r} -2x \\ \hline 3x + 4 = 2x + 10 \\ \hline x + 4 = 10 \\ \hline x = 6 \end{array}$$

Situation 2: Deux élèves Alice et Bertrand ont chacun une calculette. Ils affichent le même nombre sur leur calculette. Alice multiplie le nombre affiché par 6 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 2 puis ajoute 10 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé ils s'aperçoivent que leurs calculettes affichent le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

x : le nombre de départ.

Calcul d'Alice: $6x + 7 = 6x + 7$

Calcul de Bertrand: $x \times 2 + 10 = 2x + 10$

Ils ont le même résultat donc $6x + 7 = 2x + 10$

<p><u>Vérif:</u> $A = 6 \times 0,75 + 7 = 11,5$ $B = 2 \times 0,75 + 10 = 11,5$</p> <p>Donc le nombre choisi est 0,75.</p>	$ \begin{array}{r} -2x \quad \left(\begin{array}{l} 4x + 7 = 10 \\ -7 \end{array} \right) \leftarrow -7 \\ -7 \quad \left(\begin{array}{l} 4x = 3 \\ :4 \end{array} \right) \leftarrow -7 \\ :4 \quad \left(\begin{array}{l} x = 0,75 \end{array} \right) \leftarrow :4 \end{array} $
---	--

Situation 3: Alice et Bertrand ont chacun une calculette. Ils affichent le même nombre sur leur calculette. Alice multiplie le nombre affiché par 5 puis ajoute 4 au résultat obtenu. Bertrand multiplie le nombre affiché par 10 puis ajoute 7 au résultat obtenu. Quand ils ont terminé ils s'aperçoivent que leurs calculettes affichent le même résultat. Quel nombre ont-ils affiché au départ ?

x : le nombre de départ.

Alice: $5x + 4$

Bertrand: $10x + 7$

On résout : $5x + 4 = 10x + 7$

$$\begin{array}{r}
 -5x \quad \left[\begin{array}{l} 5x + 4 = 10x + 7 \\ -5x \end{array} \right] \leftarrow -5x \\
 \left[\begin{array}{l} 4 = 5x + 7 \\ -7 \end{array} \right] \leftarrow -7 \\
 -7 \quad \left[\begin{array}{l} (-3) = 5x \\ :5 \end{array} \right] \leftarrow -7 \\
 :5 \quad \left[\begin{array}{l} -0,6 = x \end{array} \right] \leftarrow :5
 \end{array}$$

Exercice 3 : Le nombre cherché

Zlatan pense à un nombre. Il lui ajoute 11, multiplie le tout par 3 et au résultat obtenu il retranche 3. Zlatan obtient 51. Quel est ce nombre de départ ?

① On appelle x le nombre choisi

$$\textcircled{2} (x + 11) \times 3 - 3 = 51$$

à faire pour validation complète

$$3x + 33 - 3 = 51$$

$$\begin{array}{l} \textcircled{3} \quad 3x + 30 = 51 \\ \begin{array}{l} -30 \\ \hline 3x = 21 \\ \begin{array}{l} :3 \\ \hline x = 7 \end{array} \end{array} \end{array}$$

④ Vérif:

$$(7 + 11) \times 3 - 3 = 51 \checkmark$$

⑤ Le nombre de départ est 7.

Exercice 4 : Dans ma classe

Dans ma classe il y a 27 élèves. Il y a deux fois plus de filles que de garçons. Combien y a-t-il de garçons dans ma classe ?

① On appelle x le nombre de garçons

$$\textcircled{2} \quad \begin{array}{l} x + 2x = 3x = 27 \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ \text{nb garçons} \quad \text{nb filles} \end{array}$$

$$\textcircled{3} \quad 3x = 27$$

$$\text{donc } x = 27 : 3 = 9$$

Il y a 9 garçons.

Exercice 5 : Devinettes

1. En ajoutant à un nombre son double et son triple, on obtient 540. Quel est ce nombre ?
2. En ajoutant 120 à un nombre, puis en retranchant le triple du nombre, on trouve 10. Quel est ce nombre ?
3. Un père est deux fois plus âgé que sa fille. A eux deux, ils totalisent 54 ans. Quel est l'âge de la fille ?
4. Dans un groupe de 92 touristes, il y a des anglais et des espagnols. Il y a 3 fois plus d'anglais que d'espagnols. Quel est le nombre de touristes de chaque nationalité ?

1) ① x : le nombre choisi
② $x + 2x + 3x = 6x = 540$
donc $x = 540 : 6 = 90$.

2) $120 + x - 3x = 10$
 $-120 \left(\begin{array}{l} 120 - 2x = 10 \\ -120 \end{array} \right) -120$
 $: (-2) \left(\begin{array}{l} -2x = -110 \\ x = 55 \end{array} \right) : (-2)$

Page 21

Exercice 5 : Devinettes

1. En ajoutant à un nombre son double et son triple, on obtient 540. Quel est ce nombre ?
2. En ajoutant 120 à un nombre, puis en retranchant le triple du nombre, on trouve 10. Quel est ce nombre ?
3. Un père est deux fois plus âgé que sa fille. A eux deux, ils totalisent 54 ans. Quel est l'âge de la fille ?
4. Dans un groupe de 92 touristes, il y a des anglais et des espagnols. Il y a 3 fois plus d'anglais que d'espagnols. Quel est le nombre de touristes de chaque nationalité ?

3) x : âge de la fille.

âge du père : $x \times 2 = 2x$

$x + 2x = 54$

$: 3 \left(\begin{array}{l} 3x = 54 \\ x = 54 : 3 = 18 \end{array} \right)$

la fille a 18 ans
son père a $2 \times 18 \text{ ans} = 36 \text{ ans}$

Page 22

Exercice 5 : Devinettes

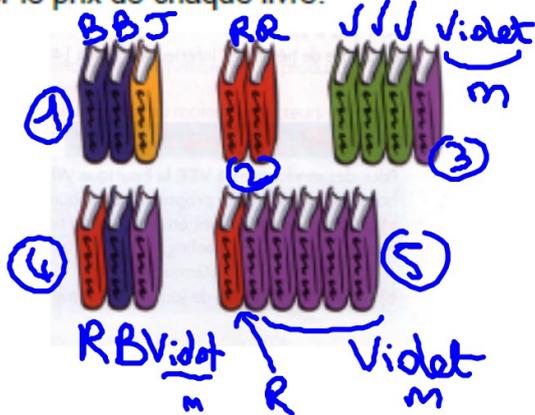
1. En ajoutant à un nombre son double et son triple, on obtient 540. Quel est ce nombre ?
2. En ajoutant 120 à un nombre, puis en retranchant le triple du nombre, on trouve 10. Quel est ce nombre ?
3. Un père est deux fois plus âgé que sa fille. A eux deux, ils totalisent 54 ans. Quel est l'âge de la fille ?
4. Dans un groupe de 92 touristes, il y a des anglais et des espagnols. Il y a 3 fois plus d'anglais que d'espagnols. Quel est le nombre de touristes de chaque nationalité ?

Exercice 5 : Devinettes

1. En ajoutant à un nombre son double et son triple, on obtient 540. Quel est ce nombre ?
2. En ajoutant 120 à un nombre, puis en retranchant le triple du nombre, on trouve 10. Quel est ce nombre ?
3. Un père est deux fois plus âgé que sa fille. A eux deux, ils totalisent 54 ans. Quel est l'âge de la fille ?
4. Dans un groupe de 92 touristes, il y a des anglais et des espagnols. Il y a 3 fois plus d'anglais que d'espagnols. Quel est le nombre de touristes de chaque nationalité ?

Exercice 8 : Coût des livres

Chaque paquet de livres coûte 10 €. Deux livres de la même couleur ont la même valeur. Trouver le prix de chaque livre.



b: prix 1 livre bleu
 r: prix 1 livre rouge
 v: prix 1 livre violet
 j: prix 1 livre jaune
 m: prix 1 livre mauve.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & 2b + j = 10 \\ \textcircled{2} & 2r = 10 \Rightarrow r = 10 : 2 = 5 \\ \textcircled{3} & 3v + m = 10 \rightarrow 3v + 1 = 10 \\ \textcircled{4} & r + b + m = 10 \rightarrow b + 6 = 10 \\ \textcircled{5} & 5m + r = 10 \rightarrow 5m + 5 = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5m + 5 = 10 \quad \downarrow -5 \\ \hline 5m = 5 \\ \div 5 \\ \hline m = 1 \quad \downarrow :5 \end{array}$$

Page 27

$$\textcircled{4} b + 6 = 10 \text{ donc } b = 10 - 6 = 4$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & 2 \times 4 + j = 10 \\ & 8 + j = 10 \\ & \text{donc } j = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} & 3v + 1 = 10 \\ -1 & \downarrow \\ & 3v = 9 \quad \downarrow \div 3 \\ \div 3 & \downarrow \\ & v = 3 \end{aligned}$$

Page 28