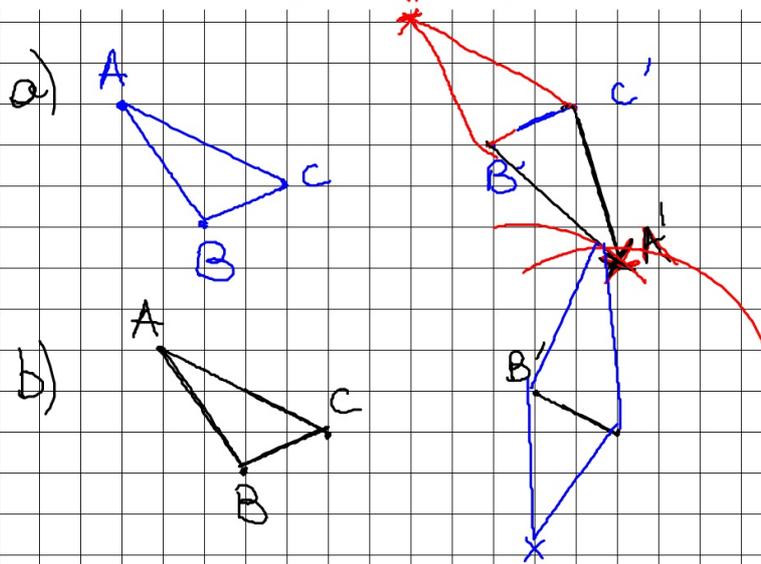
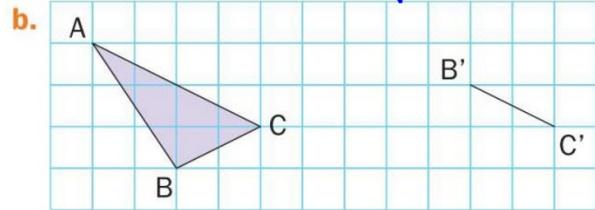
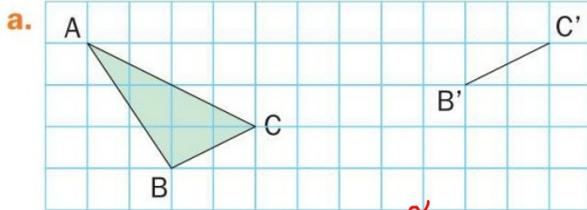


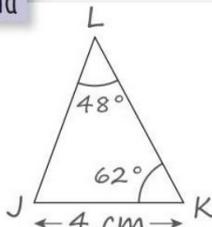
**7** Dans chaque cas, reproduire la figure sur un quadrillage, puis construire deux triangles  $A'B'C'$  de sorte que  $ABC$  et  $A'B'C'$  soient égaux.

↑ 359

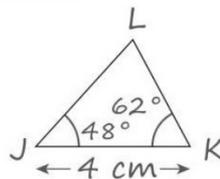


**9** Des élèves ont construit un triangle  $JKL$  tel que  $JK = 4$  cm,  $\widehat{JLK} = 48^\circ$  et  $\widehat{JKL} = 62^\circ$ .

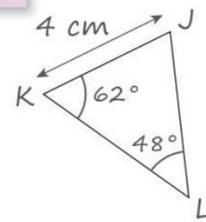
Salma



Marion



Théophile



a. Un élève s'est trompé. Lequel ? Pourquoi ?

b. Les triangles des autres élèves sont-ils égaux ? Justifier.

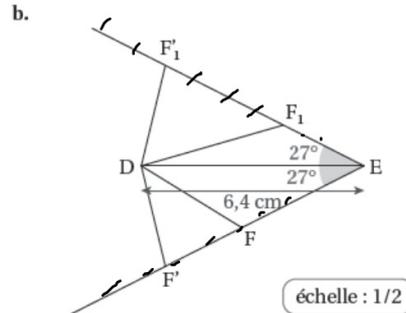
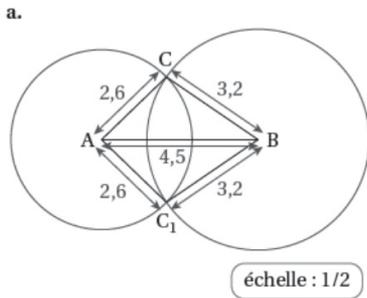
→ Exercices

a) Marion :  $\widehat{J} = 48^\circ$  au lieu de  $\widehat{L}$ .

b) Oui : 2 angles et 1 côté.

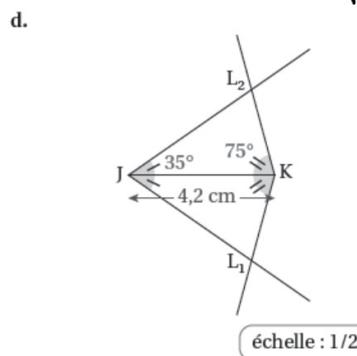
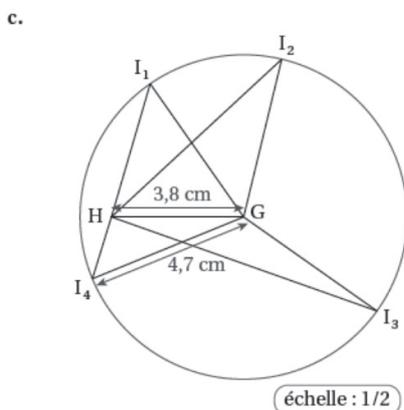
**8** Dans chaque cas, construire si possible plusieurs triangles qui vérifient les conditions données et qui ne sont pas égaux.

- a. ABC tel que  $AB = 4,5$  cm,  $BC = 3,2$  cm et  $AC = 2,6$  cm.  $\rightarrow$  2 triangles égaux
- b. DEF tel que  $ED = 6,4$  cm et  $\widehat{DEF} = 27^\circ$ .  $\rightarrow$  pas égaux, infinité de possibilités
- c. GHI tel que  $GH = 3,8$  cm et  $GI = 4,7$  cm.  $\rightarrow$  pas égaux, infinité de possibilités
- d. JKL tel que  $JK = 4,2$  cm,  $\widehat{LJK} = 35^\circ$  et  $\widehat{LKJ} = 75^\circ$ .  $\rightarrow$
- e. QRS tel que  $QR = 4,6$  cm,  $RS = 2,9$  cm et  $\widehat{RQS} = 28^\circ$ .

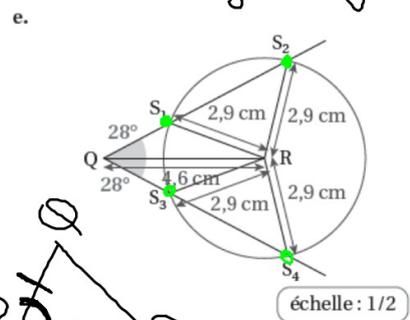


**8** Dans chaque cas, construire si possible plusieurs triangles qui vérifient les conditions données et qui ne sont pas égaux.

- a. ABC tel que  $AB = 4,5$  cm,  $BC = 3,2$  cm et  $AC = 2,6$  cm.
- b. DEF tel que  $ED = 6,4$  cm et  $\widehat{DEF} = 27^\circ$ .
- c. GHI tel que  $GH = 3,8$  cm et  $GI = 4,7$  cm.
- d. JKL tel que  $JK = 4,2$  cm,  $\widehat{LJK} = 35^\circ$  et  $\widehat{LKJ} = 75^\circ$ .  $\rightarrow$  triangles égaux : 2 possibles
- e. QRS tel que  $QR = 4,6$  cm,  $RS = 2,9$  cm et  $\widehat{RQS} = 28^\circ$ .  $\rightarrow$  4 possibilités.



pas de triangles égaux



# TRIANGLES

## I. Triangles égaux

### 1) Définition

Des triangles égaux sont des triangles superposables, c'est-à-dire qui ont

des côtés deux à deux de même longueur.

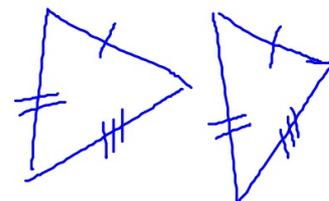
Ils ont des angles deux à deux de même mesure.

Page 5

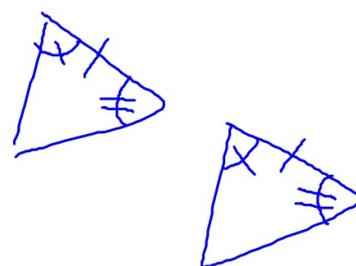
### 2) Cas d'égalité des triangles.

#### Propriétés:

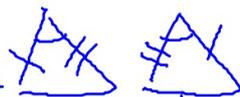
1) Si deux triangles ont leurs côtés deux à deux de même longueur, alors ils sont égaux.



2) Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ils sont égaux.



3) Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur alors ils sont égaux.



Page 6

**Activité 2 :**

Choisis trois nombres entiers compris entre 2 et 9.  $AB = \quad \text{cm}; AC = \quad \text{cm};$   
 Essaies de construire le triangle dont les longueurs des côtés sont ces trois nombres.  $BC = \quad \text{cm}$

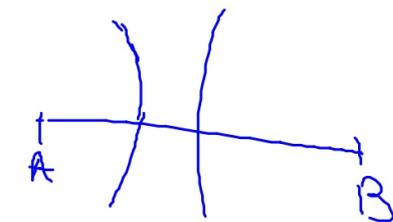
Triangle ABC	Longueur AB (cm)	Longueur AC (cm)	Longueur BC (cm)	Constructible ?
N°1	6	4	2	Non -
N°2	8	6	4	OUI
N°3	4	4	4	OUI
N°4	7	5	3	OUI
N°5	7	6	5	OUI
N°6	7	<del>7</del>	3	OUI
N°7	9	4	2	NON -
N°8	<del>9</del>	5	<del>3</del>	NON -
N°9	9	4	3	NON -
N°10	7	4	2	NON -

**BILAN : Constructibilité d'un triangle : Inégalité triangulaire**

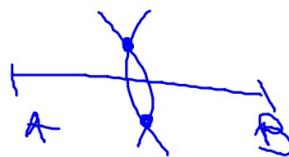
Un triangle ABC n'est constructible que si

la longueur du plus grand côté est inférieure  
 à la somme des longueurs des deux  
 autres côtés.

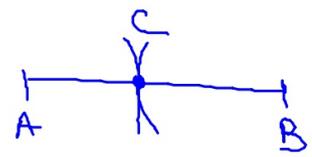
Si AB est le plus grand côté :



$AB > AC + BC$   
 triangle non constructible

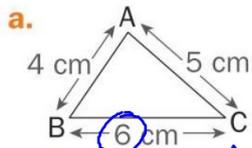


$AB < AC + BC$   
 triangle constructible

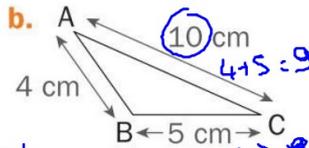


$AB = AC + BC$   
 triangle aplati.

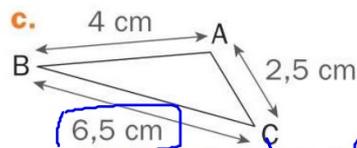
**1** Dans chaque cas, on souhaite construire un triangle. Est-ce possible ?  
Si oui, préciser si l'on obtient un triangle ou des points alignés.



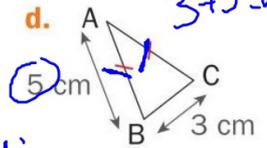
$6 < 4+5$  donc oui



$4+5=9$  non car  $10 > 9$



$4+2.5=6.5$  donc aplati



$3+5=8$  et  $5 < 8$  oui

e.  $AB = 11, BC = 3$  et  $CA = 7$ .  $3+7=10$  non

f.  $AB = 3,7, BC = 2,5$  et  $CA = 6,3$ .  $3,7+2,5=6,2$  non

g.  $AB = 5,1, BC = 3,4$  et  $CA = 1,7$ .  $3,4+1,7=5,1$  aplati

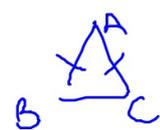
h. ABC est isocèle en C avec  $AC = 3$  et  $AB = 5$ .  $3+3=6$  oui

i. ABC est équilatéral avec  $AB = 3$ .  $3+3=6$  oui

j. ABC est isocèle en A avec  $BC = 6$  et  $AB = 2$ .  $2+2=4$  non



$2+2=4$  non  
 $2+6=8$  oui



① Identifier le plus grand côté

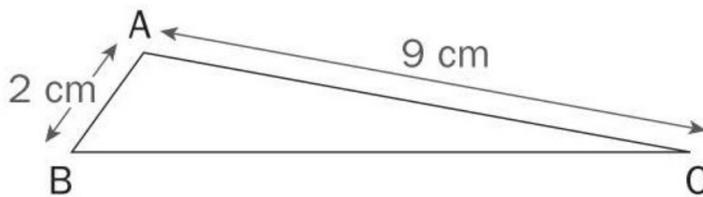
② Faire la somme des longueurs des 2 autres côtés

③ Inégalité triangulaire:

- Si ① < ② : constructible
- Si ① = ② : aplati

• Si ① > ② : non constructible

**24** Dans le triangle ABC, [BC] est le plus long côté et BC est un entier pair.



↑ 364.

► Déterminer BC.

BC est un nombre entier pair : 0, 2, 4, 6 ...

J'utilise la propriété de l'inégalité triangulaire

• Si le triangle était aplati on aurait

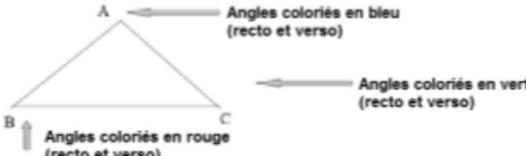
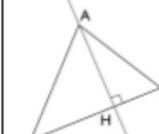
$$BC = 2 + 9 = 11$$

AB + AC

• Pour qu'il soit constructible il faut que  $BC < AB + AC$   
et BC doit être plus grand que 9 donc c'est  $10 < BC < 11$

**Exercice 2 : Activité de découverte : Somme des angles d'un triangle**

**Première phase : construction**

<p>1. Sur une feuille, tracer un triangle ABC quelconque et marquer les angles de différentes couleurs. Découper le triangle, puis colorier les angles sur l'autre face du triangle des mêmes couleurs</p>	
<p>2. Tracer la hauteur issue de A. Le pied de la hauteur issue de A est appelé H pour les explications <i>Aide vocabulaire :</i> dans un triangle ABC, la hauteur issue d'un sommet A est la droite passant par A et perpendiculaire au côté BC. Le pied de la hauteur est le point défini comme l'intersection de la hauteur du triangle et du côté BC.</p>	
<p>3. Plier le triangle ABC de manière à avoir les points A et H confondus. Bien marquer le triangle obtenu 4. Plier le triangle ABC de manière à avoir les points B et H confondus. Bien marquer le triangle obtenu 5. Plier le triangle ABC de manière à avoir les points C et H confondus. Bien marquer le triangle obtenu</p>	

**Deuxième phase : observations**

1. Que forment les trois angles obtenus en H ? (c'est un angle particulier)
2. Formuler votre observation en utilisant les mesures des angles  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$
3. Faire une phrase expliquant ce que vous avez observé.

**Activité 3 : Rappel de la conjecture établie lors du devoir maison n°2 (triangles) :**

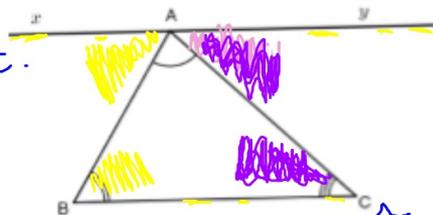
*Dans un triangle, la somme des 3 angles vaut 180°...*

**Démonstration :** Soit ABC un triangle quelconque et (xy) la droite parallèle à (BC) passant par A.

1. Quelle est la mesure de l'angle  $\widehat{xAy}$  ?

*180° car c'est un angle plat.*

2. En utilisant la propriété des angles alternes-internes exprime la mesure des angles  $\widehat{xAB}$  et  $\widehat{CAy}$  en fonction des mesures des angles  $\widehat{ABC}$  et  $\widehat{BCA}$ .



*On a  $(xy) \parallel (BC)$ , les angles A-I sont égaux donc  $\widehat{xAB} = \widehat{ABC}$  et  $\widehat{yAC} = \widehat{BCA}$*

Complète le codage de la figure ci-contre en conséquence.

3. Qu'en déduis-tu concernant la conjecture émise lors du devoir maison ?

*Au 1) On a vu que  $\widehat{xAy} = 180^\circ$   
et  $\widehat{xAy} = \widehat{xAB} + \widehat{BAC} + \widehat{CAy} = \widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB}$*

**BILAN : Somme des angles d'un triangle**

*La somme des angles d'un triangle vaut 180°.*

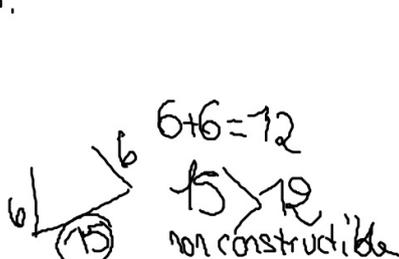
**25** Un triangle isocèle a un côté qui mesure

15 cm et un autre 6 cm.

► Combien mesure le troisième côté ?

la longueur du plus grand côté est inférieure à la somme des deux autres côtés.  
Donc le troisième côté doit mesurer 15 cm.

• Comme le triangle est isocèle le troisième côté mesure soit 15 cm soit 6 cm.



Par la propriété de l'inégalité triangulaire, le triangle n'est constructible que si

## II - Propriétés

### 1) Inégalité triangulaire

Propriété (admise):

Pour qu'un triangle soit constructible il faut que la longueur de son plus grand côté soit inférieure ou égale

à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Remarque: 3 cas possibles.

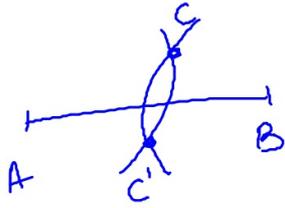
Si ABC est notre triangle et AB son plus grand côté:

•  $AB > AC + BC$



le triangle n'est pas constructible

•  $AB < AC + BC$



le triangle est constructible.

•  $AB = AC + BC$



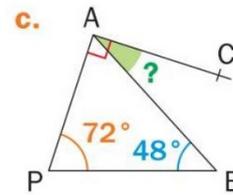
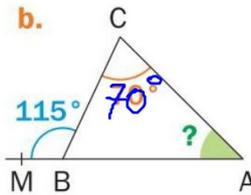
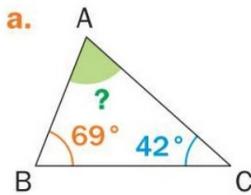
le triangle est aplati  
les points A, B et C sont alignés

g) Somme des angles d'un triangle.

Propriété: La somme des trois angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .

2) Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

↑ 357



a. Dans un triangle la somme des angles vaut  $180^\circ$ .

Donc  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$\hat{A} + 69^\circ + 42^\circ = 180^\circ$

"pro"  $\rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (69^\circ + 42^\circ)$

$\hat{A} = 69^\circ$

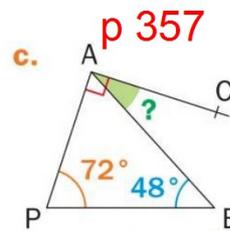
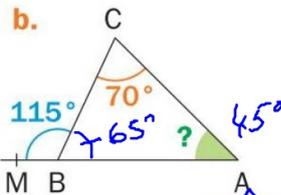
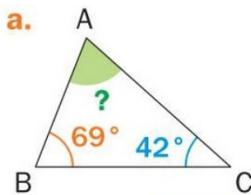
L'angle A mesure  $69^\circ$

finir exercice  
+4 ↑ 357

"débutants".

$\hat{A} + 111^\circ = 180^\circ$   
 $\hat{A} = 180^\circ - 111^\circ$

2) Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

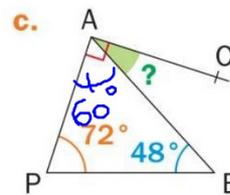
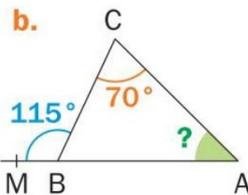
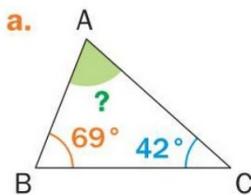


(L'angle  $\widehat{MBA}$  est un angle plat donc mesure  $180^\circ$  et  
 $\widehat{MBA} = \widehat{MBC} + \widehat{CBA}$   
 $180^\circ = 115^\circ + \widehat{CBA}$

b) donc  
 $\widehat{CBA} = 180 - 115 = 65$   
 $\widehat{CBA} + \widehat{ACB} = 65 + 70 = 135$   
 donc  $\widehat{BAC} = 180 - 135 = 45$   
Resultat:  $45^\circ$

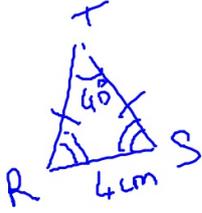
Dans un triangle la somme des angles vaut  $180^\circ$   
 Donc dans le triangle ABC:  
 $\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{CBA} = 180^\circ$

2) Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .



c) Dans un triangle, la somme des angles vaut  $180^\circ$   
 donc, dans le triangle PAB:  
 $\widehat{APB} + \widehat{PBA} + \widehat{BAP} = 180^\circ$   
 $72^\circ + 48^\circ + \widehat{BAP} = 180^\circ$   
 $\widehat{BAP} = 180^\circ - (72^\circ + 48^\circ) = 60^\circ$   
 On sait que  $\widehat{PAC} = 90^\circ$  et  $\widehat{BAP} = 60^\circ$   
 Donc  $\widehat{BAC} = \widehat{PAC} - \widehat{BAP} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

4 Tracer un triangle RST isocèle en T tel que  $SR = 4 \text{ cm}$  et  $\widehat{STR} = 40^\circ$ .



Dans un triangle, la somme des angles vaut  $180^\circ$  et le triangle RST est isocèle en T donc  $\widehat{S} = \widehat{R}$ .

Donc

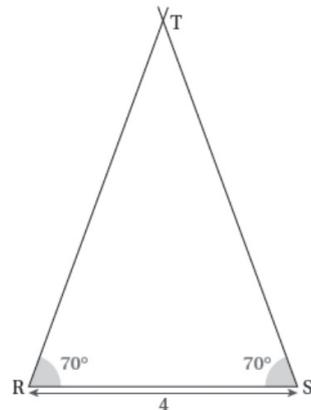
$$\widehat{R} + \widehat{S} + \widehat{T} = 180^\circ$$

$$\widehat{R} + \widehat{S} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\widehat{R} = \widehat{S} = 140^\circ : 2 = 70^\circ.$$

Page 19

4 Tracer un triangle RST isocèle en T tel que  $SR = 4 \text{ cm}$  et  $\widehat{STR} = 40^\circ$ .



Page 20

c) le triangle est rectangle en B donc  $\hat{B} = 90^\circ$

$$\hat{A} + 90^\circ + 51^\circ = 180^\circ$$

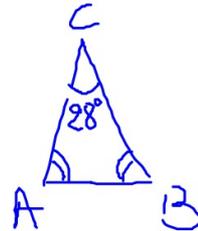
$$\hat{A} = 180^\circ - (90^\circ + 51^\circ) = 39^\circ$$

d) le triangle est isocèle en C donc  $\hat{A} = \hat{B}$ .

$$\hat{A} + \hat{B} + 28^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{B} = 152^\circ : 2 = 76^\circ$$



**19** Alex demande à Jade de se placer à 5 m du cerisier et à 6 m du pommier.

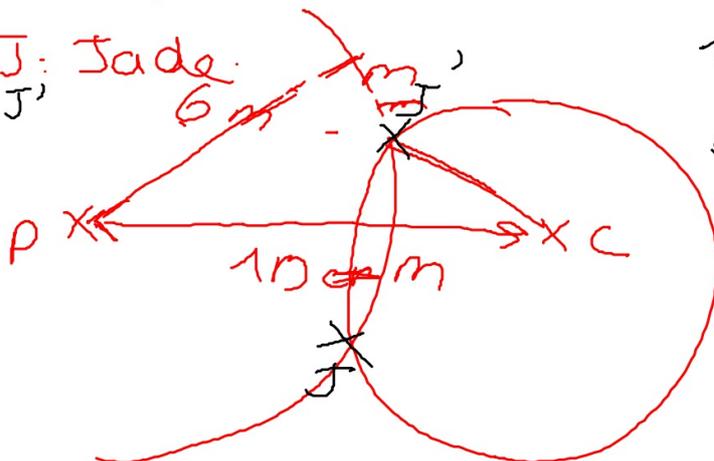
► Est-ce possible sachant que le pommier et le cerisier sont distants de 10 m ?

↑ 364

C: le cerisier

P: le pommier

J: Jade



$$6 + 5 = 11$$

$$10 < 6 + 5$$

d'après l'inégalité triangulaire cela est possible.

**21** Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ .

- a.  $\widehat{ABC} = 72^\circ$  et  $\widehat{ACB} = 33^\circ$ .
- b. ABC est équilatéral.
- c. ABC est rectangle en B et  $\widehat{ACB} = 51^\circ$ .
- d. ABC est isocèle en C et  $\widehat{ACB} = 28^\circ$ .

$\uparrow 364$

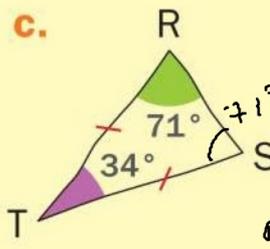
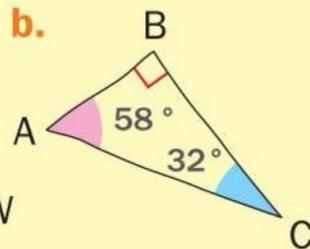
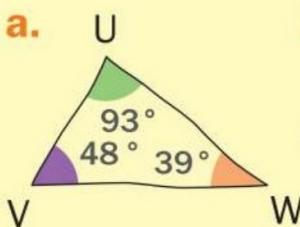
Dans un triangle la somme des angles vaut  $180^\circ$ :  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$

a)  $\widehat{A} + 72^\circ + 33^\circ = 180^\circ$

$$\widehat{A} = 180^\circ - (72^\circ + 33^\circ) = 75^\circ$$

b) ABC est un triangle équilatéral donc  $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 180^\circ : 3 = 60^\circ$

**20** Les triangles suivants existent-ils ? Justifier.



d)  $\widehat{R} + \widehat{S} + \widehat{T} = 71^\circ + 71^\circ + 34^\circ = 176^\circ$   
 Car le triangle est isocèle en T.  
 La somme des angles n'est pas égale à  $180^\circ$  donc le triangle n'existe pas.

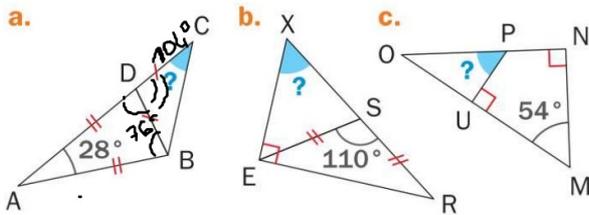
a)  $\widehat{V} + \widehat{W} + \widehat{U} = 48^\circ + 39^\circ + 93^\circ = 180^\circ$

Donc comme la somme des angles est égale à  $180^\circ$  le triangle existe.

b)  $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 58^\circ + 90^\circ + 32^\circ = 180^\circ$ . Donc "...".

27 Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle marqué en bleu.

p 364



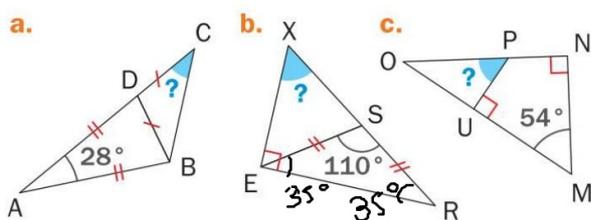
\* :  $\hat{D} = 180^\circ$   
 donc  $\widehat{CDB} = \hat{D} - \widehat{ADB} = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$   
 BCD est un triangle isocèle en D donc  $\hat{C} = \widehat{CBD}$   
 $\hat{C} = (180^\circ - 104^\circ) : 2 = 38^\circ$

La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$ .

a)  $\hat{A} = 28^\circ$

Le triangle ABD est isocèle donc  $\widehat{ADB} = \widehat{ABD}$   
 $\widehat{ABD} + \widehat{ADB} + \widehat{DAB} = 180^\circ$   
 $180^\circ - 28^\circ = 152^\circ = \widehat{ABD} + \widehat{ADB}$   
 $\widehat{ADB} = \widehat{ABD} = 152^\circ : 2 = 76^\circ$

27 Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle marqué en bleu.

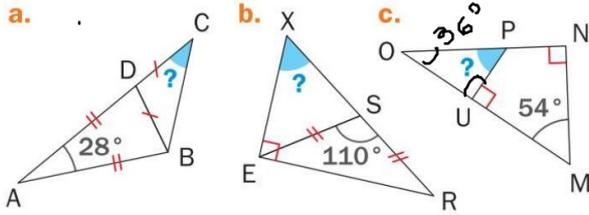


b) • ESR est isocèle en S donc  $\widehat{SER} = \widehat{R}$   
 $\widehat{SER} = \widehat{R} = (180^\circ - 110^\circ) : 2 = 70^\circ : 2 = 35^\circ$

• Dans XER on a  $\hat{E} = 90^\circ$  donc

$$\hat{X} = 180^\circ - (\hat{E} + \hat{R}) = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

27 Dans chaque cas, calculer la mesure de l'angle marqué en bleu.



(\*) • Dans le triangle OUP:  
 $\widehat{OPU} = 180^\circ - (\widehat{O} + \widehat{PUN})$   
 $\widehat{OPU} = 180^\circ - (36^\circ + 90^\circ)$   
 $\widehat{OPU} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$

c). On a  $\widehat{PUN} = 90^\circ$  et  $\widehat{OUN} = 180^\circ$

donc  $\widehat{PUO} = \widehat{OUN} - \widehat{PUN} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ .

Dans le triangle ONM :

$$\widehat{O} = 180^\circ - (\widehat{N} + \widehat{M}) = 180^\circ - (90^\circ + 54^\circ) = 180^\circ - 144^\circ$$

$$\widehat{O} = 36^\circ$$

(\*)

Page 27

#### Activité 4 :

##### Partie 1 :

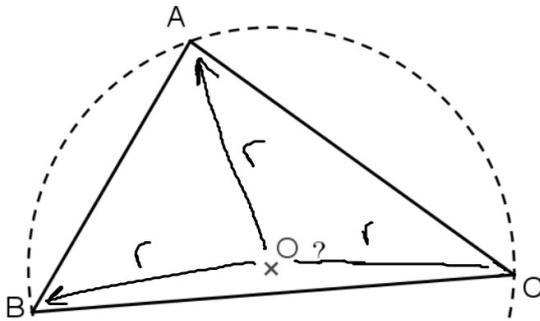
1. Construire un triangle ABC.
2. Trouver la position du centre O du cercle passant par les trois sommets du triangle : en rédigeant le protocole de construction.

Page 28

#### Activité 4 :

##### Partie 1 :

1. Construire un triangle ABC.
2. Trouver la position du centre O du cercle passant par les trois sommets du triangle : en rédigeant le protocole de construction.



Comme le point O est le centre de ce cercle

$$OA = OB = OC.$$

définition de la médiatrice  
du segment  $[AB]$  = l'ensemble

des points à égale distance de A et de B.

\*) Donc O appartient à la médiatrice de  $[AB]$ , de  $[AC]$ , de  $[BC]$

Page 29

**Partie 2 :** Dans un triangle ABC, on a défini la hauteur issue de A comme la droite passant par A et perpendiculaire à  $[BC]$ .

Construire les trois hauteurs du triangle ABC. Qu' observes-tu ?

#### BILAN : Médiatrices et hauteurs d'un triangle

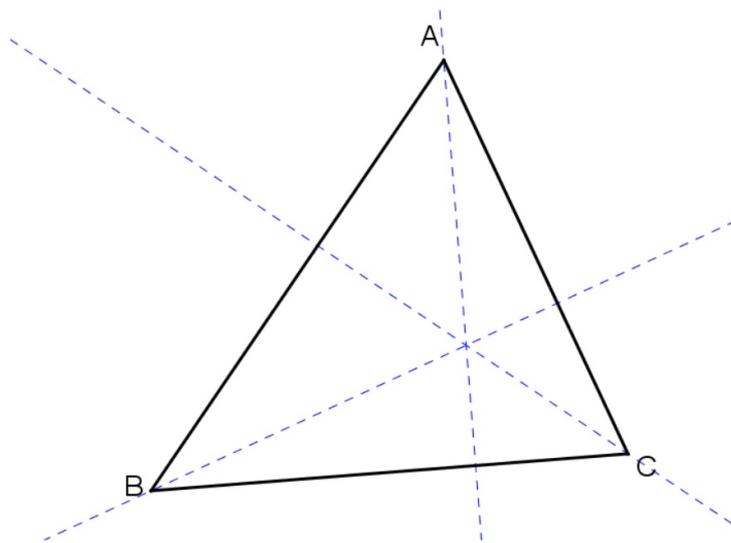
- Dans un triangle les 3 médiatrices sont concurrentes (elles se coupent en un même point).

Ce point est le centre du cercle circonscrit au triangle.

- Dans un triangle, les 3 hauteurs sont concurrentes.

Page 30

**Partie 2 :** Dans un triangle ABC, on a défini la hauteur issue de A comme la droite passant par A et perpendiculaire à [BC].  
Construire les trois hauteurs du triangle ABC. Qu' observes-tu ?



Page 31

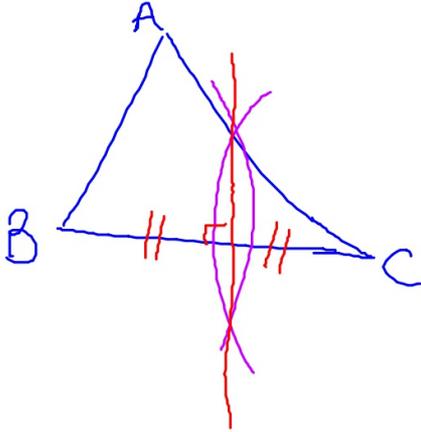
**BILAN : Médiatrices et hauteurs d'un triangle**

Page 32

### III - Droites remarquables d'un triangle

#### 1) Médiatrices d'un triangle

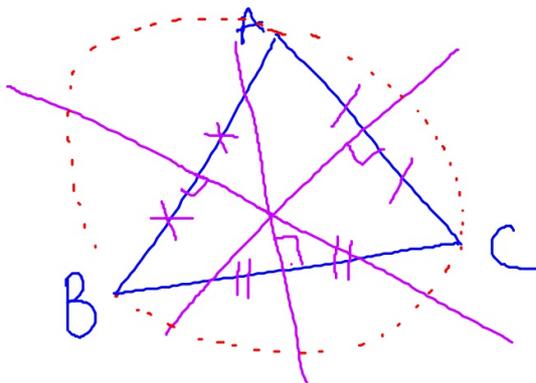
Définition: La médiatrice d'un côté d'un triangle est la droite perpendiculaire à ce côté et passant par son milieu.



Propriété (admise):

Les trois médiatrices d'un triangle sont concurrentes en un même point.

Ce point est le centre du cercle passant par les 3 sommets du triangle, appelé cercle circonscrit au triangle.

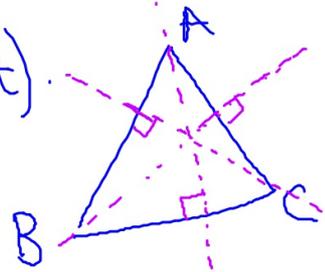


## 2) Hauteurs d'un triangle

Définition: Dans un triangle  $ABC$ , la hauteur issue du sommet  $A$  est la droite passant par  $A$  et perpendiculaire à la droite  $(BC)$ .

Propriété (admise):

Dans un triangle, les trois hauteurs sont concurrentes (en un même point).  
Ce point est l'orthocentre du triangle.



Page 35

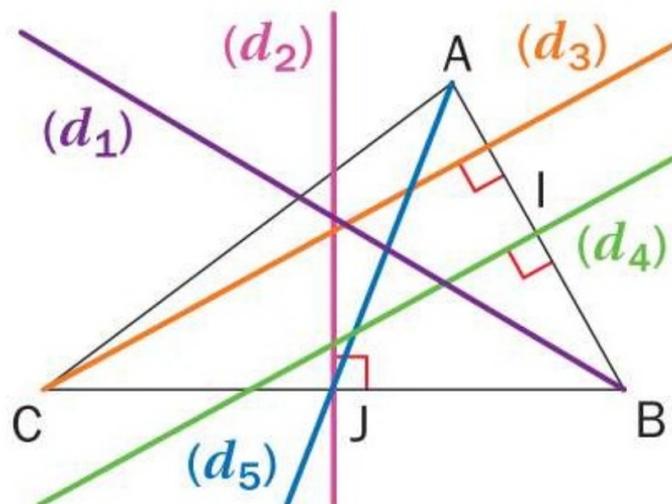
t les milieux

ivantes.

B].

ABC.

C].



Page 36

**30** Dans chaque cas, construire la figure en vraie grandeur.

a. DEF est un triangle tel que :

②  $\widehat{EDF} = 115^\circ$  DE = 7,5 cm, et DF = 10 cm. ①

b. JIH est un triangle tel que ③

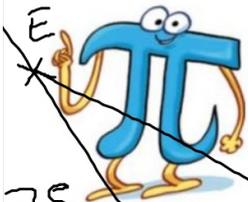
$\widehat{JIH} = 40^\circ$ ,  $\widehat{IJH} = 70^\circ$  et IJ = 5 cm. ①

c. KLM est un triangle isocèle en K tel que :

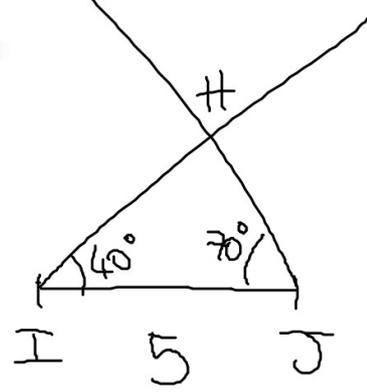
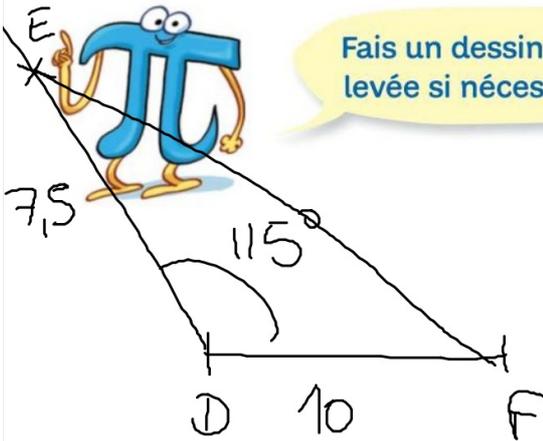
ML = 5 cm et KM = 4 cm. = KL

*p 365.*

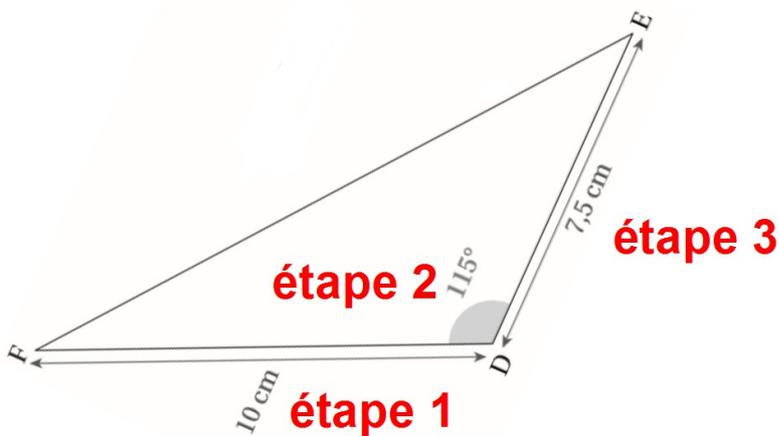
*+ 22 p 364*



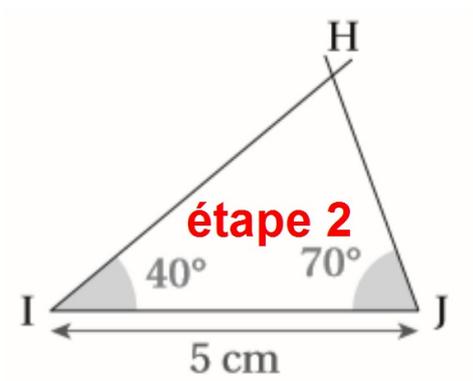
Fais un dessin à main levée si nécessaire.



**a.**

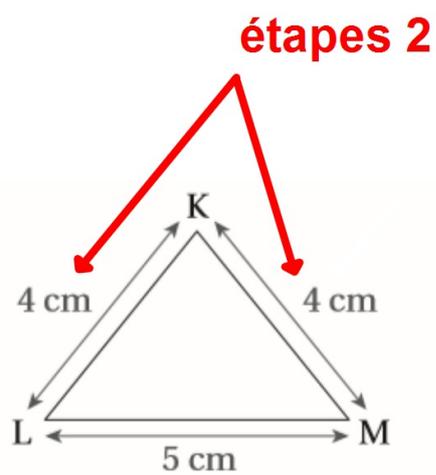


**b.**



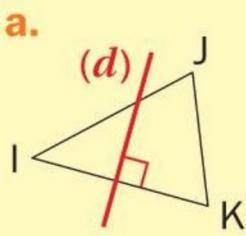
**étape 1**

**C.**



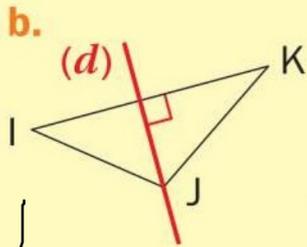
**étape 1**

**22** Dans chaque cas, indiquer si  $(d)$  est la hauteur issue de J dans le triangle IJK. Justifier.



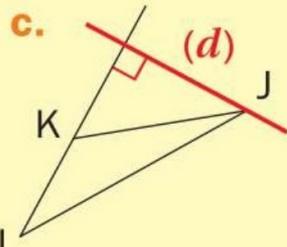
Non

$(d)$  ne passe pas par J



Oui

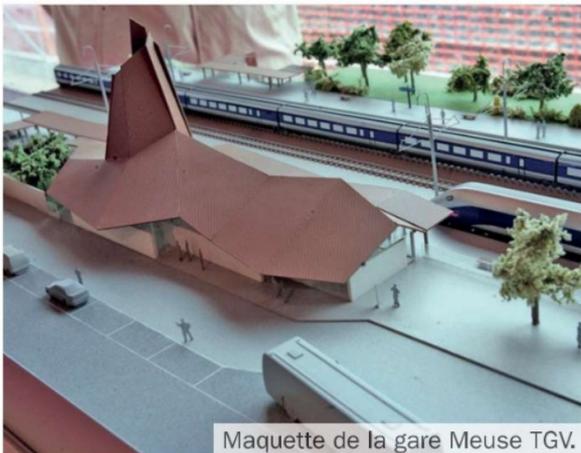
$(d)$  passe par J et est  $\perp$  à  $(IK)$



Oui

$(d)$  passe par J et est  $\perp$  à  $(IK)$ .

**35** On veut construire une gare à égale distance des villes de Bar-le-Duc, Verdun et Saint-Mihiel (en Lorraine).



365

À vol d'oiseau, les distances qui séparent ces trois localités sont les suivantes :

- Bar-le-Duc – Verdun : 49 km
- Verdun – Saint-Mihiel : 34 km
- Bar-le-Duc – Saint-Mihiel : 36 km

**a.** Représenter les trois villes sur un plan où 1 cm représente 10 km.

**b.** Déterminer sur le plan l'endroit où devra être construite la gare.

**c.** Après avoir effectué une mesure sur le plan, donner une valeur approchée de la distance, en km, séparant chaque ville de la gare.

réalité

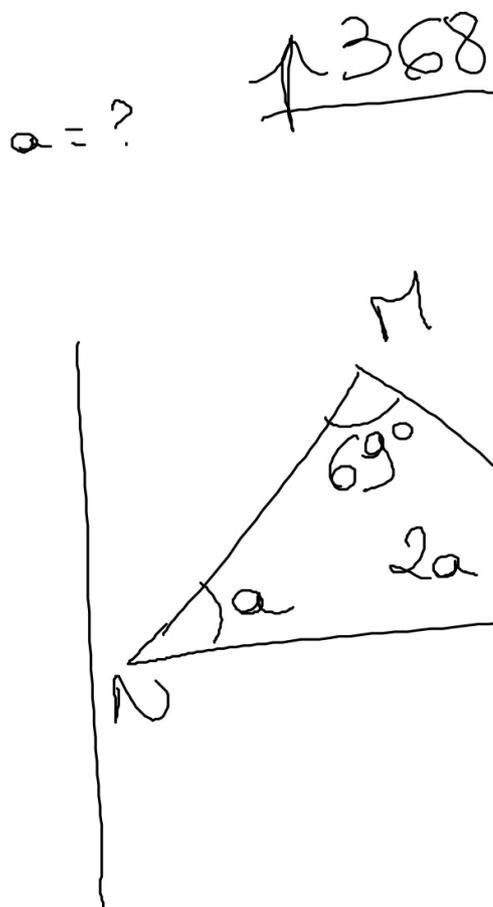
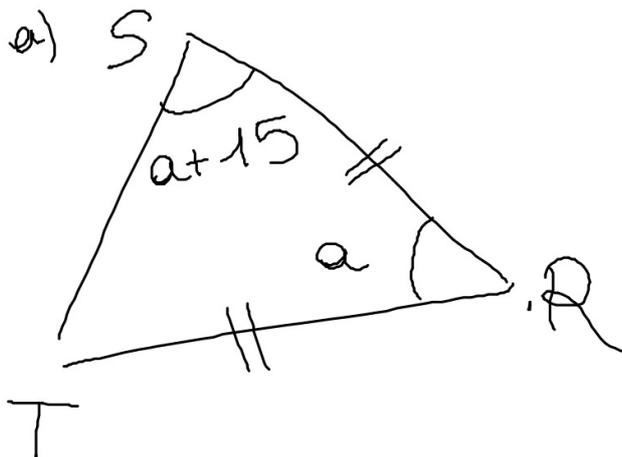
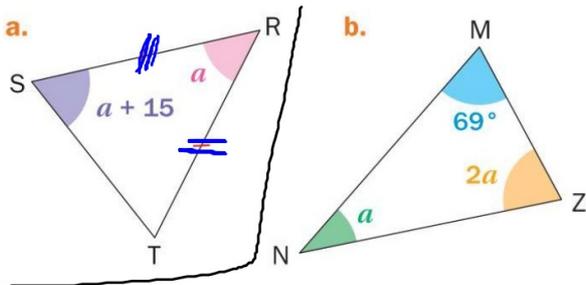
10 km  $\rightarrow$  1 cm

b) On cherche le centre du cercle circonscrit au triangle BVS. donc on trace les médiatrices: l'intersection est le centre G: la gare

c) Sur le plan G est à 2,5 cm des villes  
 donc dans la réalité la gare sera à  
 25 km des villes. (situation de proportionnalité)

**60** À la recherche de l'angle perdu

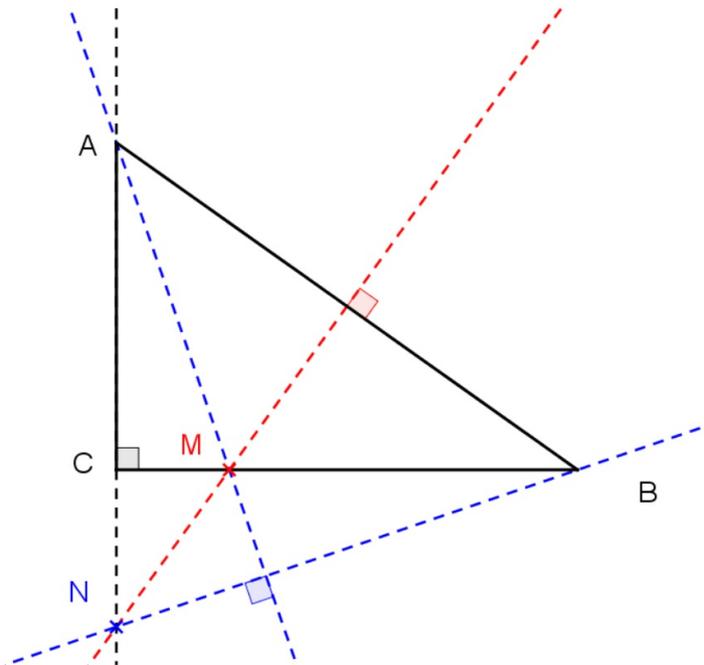
MODÉLISER avec le langage mathématique.  
 Dans chaque cas, calculer la valeur de  $a$ .



**34 a.** Dans un triangle ABC rectangle en C, tracer la médiatrice du segment [AB] ; elle coupe (BC) en M et (AC) en N.

p 365

**b.** Démontrer que les droites (AM) et (BN) sont perpendiculaires.



Page 45

**34 a.** Dans un triangle ABC rectangle en C, tracer la médiatrice du segment [AB] ; elle coupe (BC) en M et (AC) en N.

p 365

**b.** Démontrer que les droites (AM) et (BN) sont perpendiculaires.

b) Soit D le milieu du segment [AB]

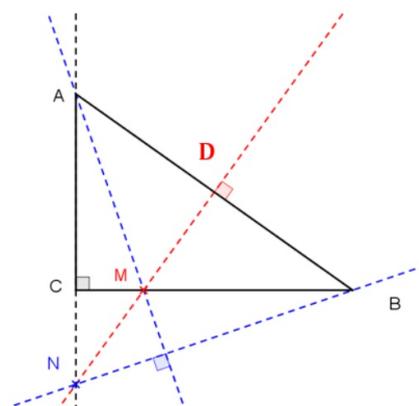
Le triangle ABC est rectangle en C donc  $(AC) \perp (BC)$   
**(BC) est donc la hauteur issue de B dans le triangle ABN.**

Les points M, N et D appartiennent à la médiatrice du segment [AB] donc on a  $(DN) \perp (AB)$ .  
**(DN) est donc la hauteur issue de N dans le triangle ABN.**

**(BC) et (DN) sont sécantes en M.**

Puisque toutes les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point (l'orthocentre du triangle), **(AM) est la hauteur issue de A dans ce même triangle ABN.**

**Et donc finalement  $(AM) \perp (BN)$**



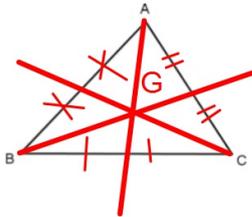
Page 46

## DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

### I. Médiannes

**Définition :** Dans un triangle ABC, la **médiane issue du sommet A** est la droite qui joint le **sommet A** au **milieu du côté opposé : BC**

**Propriété :** Dans un triangle, les trois médianes sont toujours concourantes. Leur point d'intersection est le **centre de gravité du triangle**.

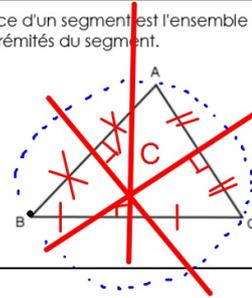


### II. Médiatrices

**Définition :** Dans un triangle ABC, la **médiatrice relative au côté AB** est la **droite perpendiculaire à [AB]** et **passant par son milieu**.

**Propriété :** Dans un triangle, les trois médiatrices sont toujours concourantes. Leur point d'intersection est le **centre du cercle circonscrit au triangle** (cercle passant par les trois sommets du triangle).

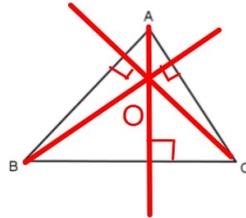
**Rappel :** la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment.



### III. Hauteurs

**Définition :** Dans un triangle ABC, la **hauteur issue du sommet A** est la **droite passant par A** et **perpendiculaire au côté opposé : BC**.

**Propriété :** Dans un triangle, les trois hauteurs sont toujours concourantes. Leur point d'intersection est appelé **l'orthocentre du triangle**.



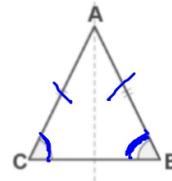
Page 47

## TRIANGLES PARTICULIERS

### I. Triangle isocèle

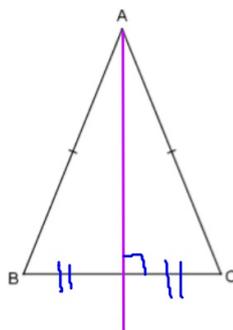
**Définition :** Un triangle isocèle est un triangle qui a **deux côtés de même longueur**.

**Propriété 1 (angulaire) :** Un triangle isocèle est un triangle qui a **deux angles de même mesure**.



**Propriété 2 : relative aux droites remarquables des triangles :**

Dans un triangle isocèle en A, **les 3 droites remarquables issues du sommet A sont confondues**.

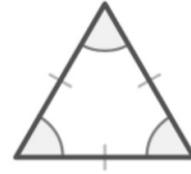


Page 48

## II. Triangle équilatéral

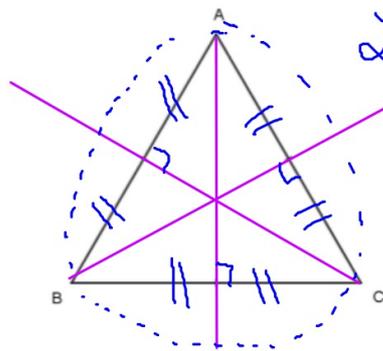
**Définition :** Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois côtés de même longueur.

**Propriété 1 (angulaire) :** Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois angles de même mesure ( $60^\circ$ ).



**Propriété 2 : relative aux droites remarquables des triangles :**

Dans un triangle équilatéral, toutes les droites remarquables issues de chaque sommet sont confondues.



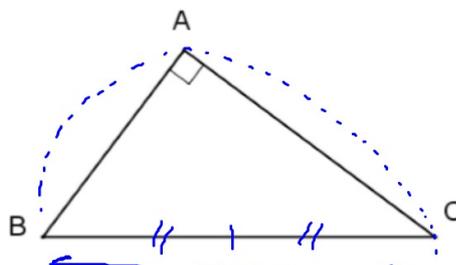
L'orthocentre, le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit sont confondus.

## III. Triangle rectangle

**Définition :** Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit ( $90^\circ$ ).

**Propriété :** Triangle rectangle et cercle circonscrit :

Dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu du côté opposé à l'angle droit.

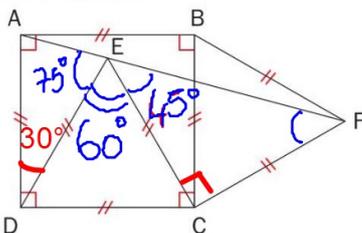


BC est le diamètre du cercle.



61 Points alignés

RAISONNER en géométrie.



- Quelle est la nature des triangles ECF et ADE ?
- Calculer les mesures des angles aux sommets principaux de ces deux triangles.
- Calculer les mesures des angles  $\widehat{AED}$  et  $\widehat{CEF}$ .
- Qu'en déduit-on sur les points A, E et F ?

p 368

(\*)  
 $\widehat{DAE} = \widehat{AED} = 150^\circ : 2 = 75^\circ$   
 $\widehat{FEC} = \widehat{EFC} = 90^\circ : 2 = 45^\circ$   
 d)

c) le triangle ADE est isocèle en D

donc  $\widehat{DAE} = \widehat{AED}$      $\widehat{FEC} = \widehat{EFC}$

On a  $\widehat{ADE} = 30^\circ$      $\widehat{ECF} = 90^\circ$

La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$  donc

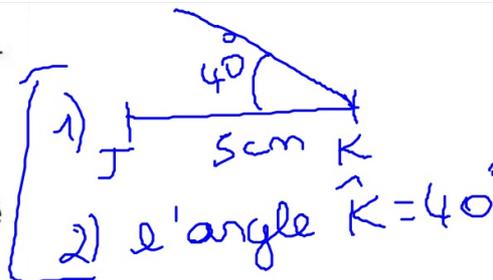
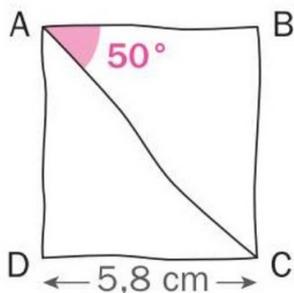
$$\begin{array}{l} \widehat{ADE} + \widehat{DAE} + \widehat{AED} = 180^\circ \\ \widehat{ECF} + \widehat{FEC} + \widehat{EFC} = 180^\circ \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 30^\circ + \widehat{DAE} + \widehat{AED} = 180^\circ \\ 90^\circ + \widehat{FEC} + \widehat{EFC} = 180^\circ \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \widehat{DAE} + \widehat{AED} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \\ \widehat{FEC} + \widehat{EFC} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \end{array}$$

81 1. a. Construire un triangle isocèle JKL tel que  $JK = 5 \text{ cm}$  et  $\widehat{JKL} = 40^\circ$ . Donner toutes les solutions possibles.

b. Pour chaque solution, calculer la mesure de tous les angles.

2. Construire un losange MATH tel que  $MA = 5,2 \text{ cm}$  et  $\widehat{ATH} = 54^\circ$ .

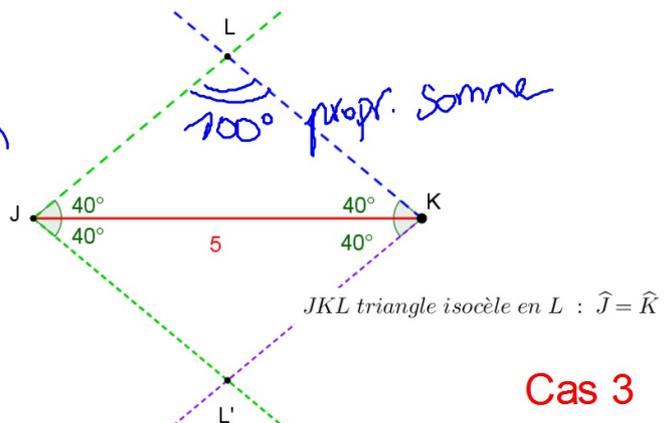
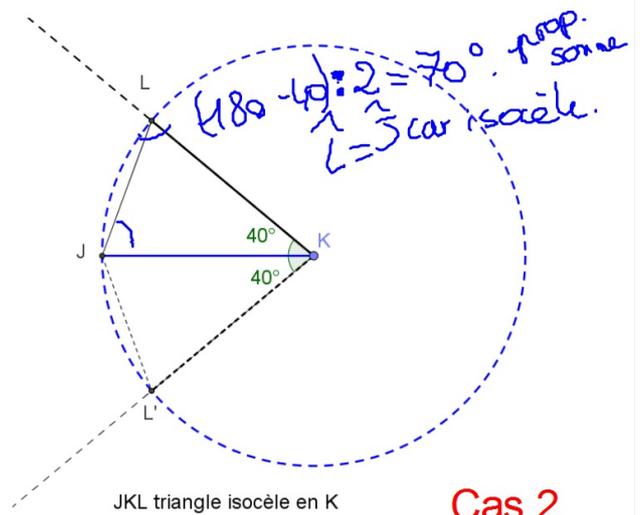
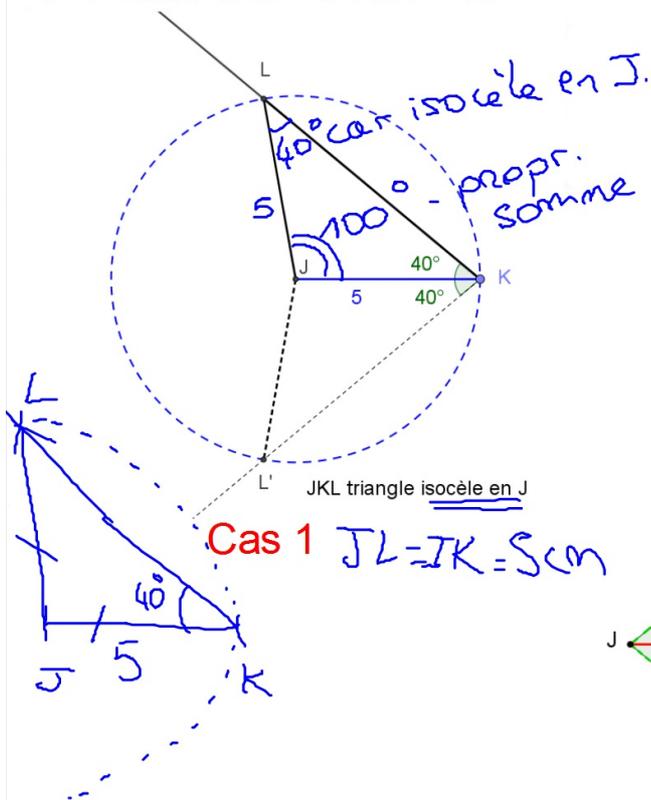
3. Construire en vraie grandeur la figure suivante sachant que ABCD est un rectangle.



• Cas 3: le triangle est isocèle en L donc  $\widehat{J} = \widehat{K} = 40^\circ$

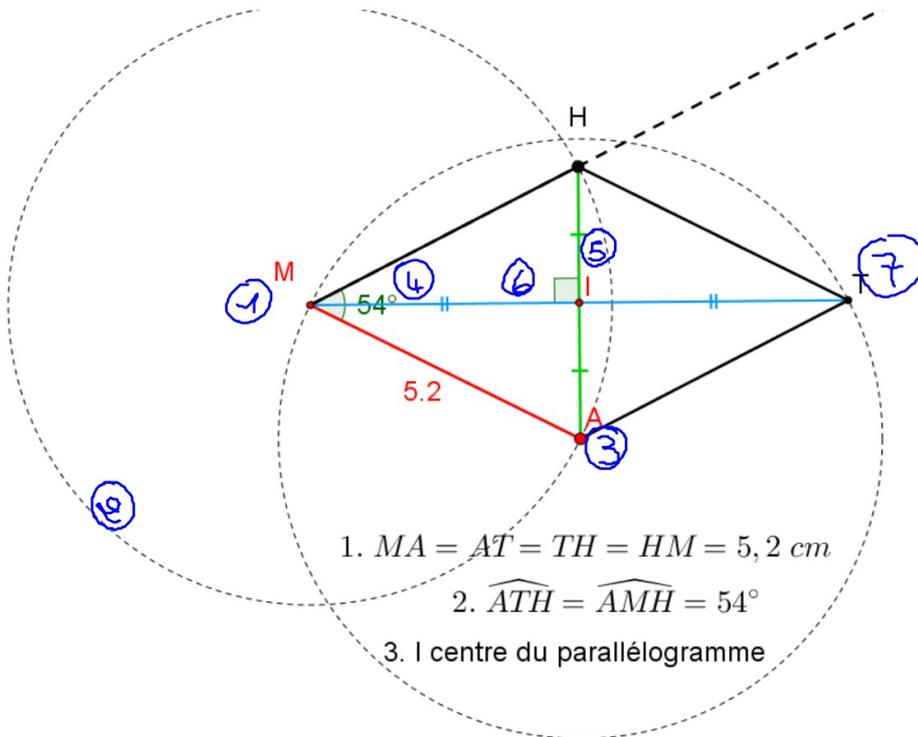
• Cas 2: le triangle est isocèle en K donc  $KJ = KL = 5 \text{ cm}$

81 1. a. Construire un triangle isocèle JKL tel que JK = 5 cm et  $\widehat{JKL} = 40^\circ$ .  
Donner toutes les solutions possibles.

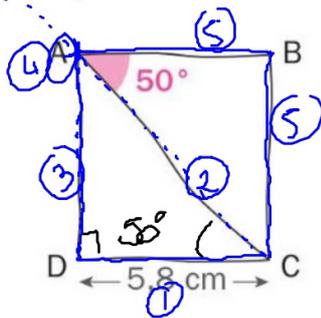


b. Pour chaque solution, calculer la mesure de tous les angles.

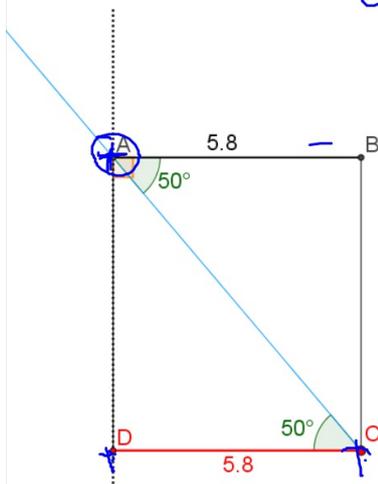
2. Construire un losange MATH tel que  $MA = 5,2 \text{ cm}$  et  $\widehat{ATH} = 54^\circ$ .



3. Construire en vraie grandeur la figure suivante sachant que ABCD est un rectangle.



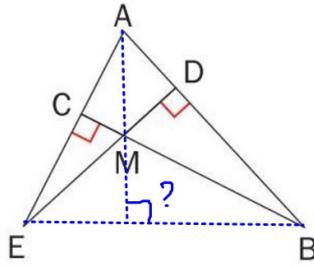
- 1) Tracer CD
- 2)  $\widehat{DCA} = 50^\circ$
- 3) tracer la  $\perp$  à (CD) passant par D.
- 4) Positionner A
- 5) Tracer la  $\parallel$  à (CD) passant par A et la  $\perp$  à (CD) passant par C



1. Tracer CD
2.  $\widehat{DCA} = \widehat{BAC} = 50^\circ$
3. Tracer la perpendiculaire à (CD) passant par D
4. Nommer A l'intersection de cette droite et de la demi-droite bleue
4. Tracer le segment parallèle à (CD), passant par A et de longueur 5,2 cm

83 On considère la figure ci-contre.

► Démontrer que les droites  $(EB)$  et  $(AM)$  sont perpendiculaires.



p 371

On sait que :

- $(ED) \perp (AB)$  donc  $(EB)$  est la hauteur issue de E dans le triangle AEB.
- $(BC) \perp (AE)$  donc  $(BC)$  est la hauteur issue de B dans le triangle AEB.
- Dans un triangle toutes les hauteurs sont concourantes en un même point ici M.
- Donc  $(AM)$  est la troisième hauteur du triangle et  $(AM) \perp (EB)$ .